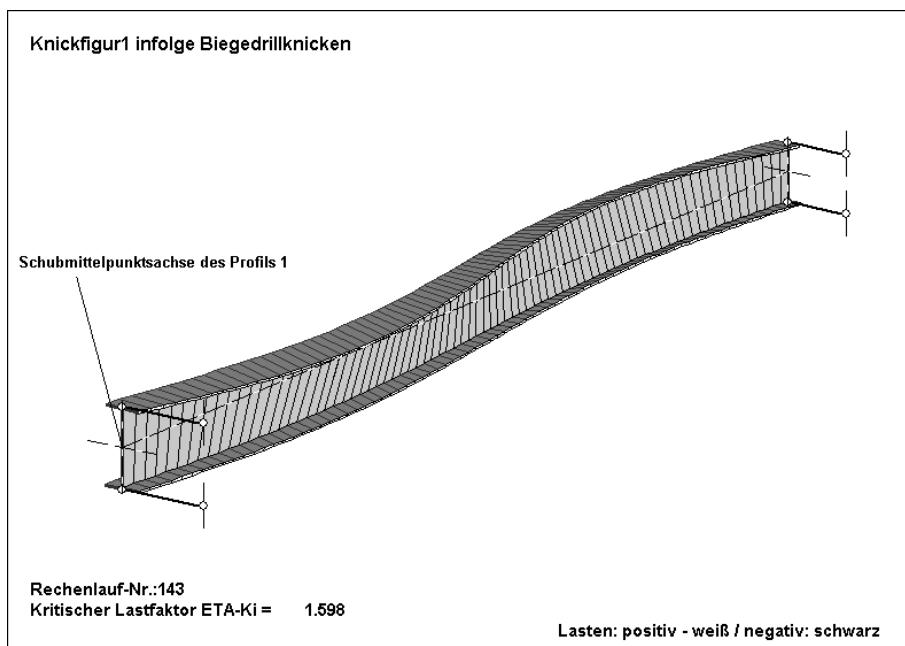
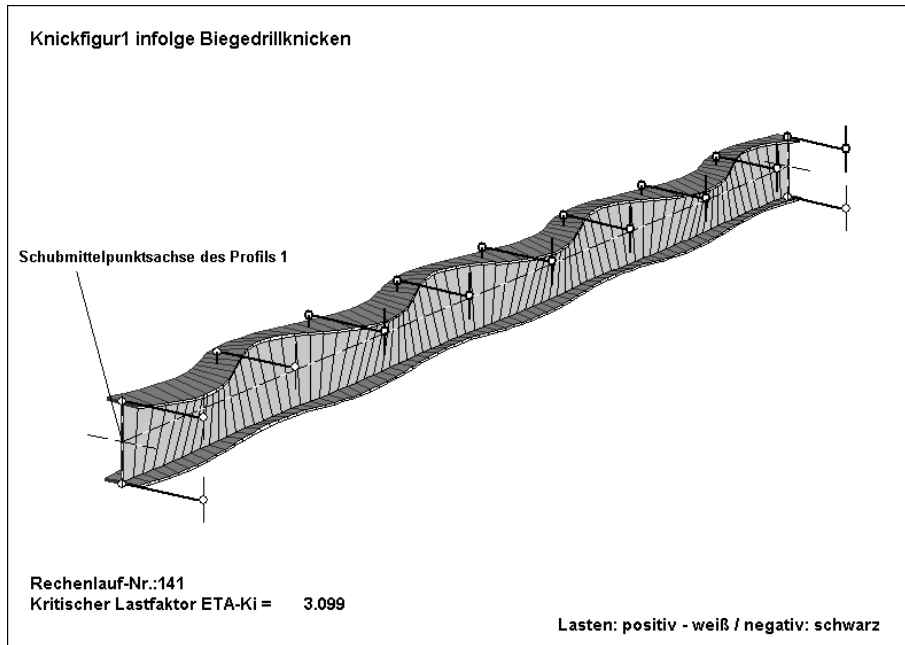


# Einfluß des Schlupfes geschraubter Verbindungen stabilisierender Bauteile auf die Biegedrillknicksicherheit



# Einfluß des Schlupfes geschraubter Verbindungen stabilisierender Bauteile auf die Biegedrillknicksicherheit

Jürgen Meister<sup>1</sup>, Harald Friemann<sup>2</sup>

## Zusammenfassung

Die Stabilisierung von Trägern und Stützen gegen Biegedrillknicken erfolgt häufig durch angrenzende Bauteile, welche z.B. als Drehfedern oder Wegfedern in der Berechnung von Verzweigungslasten und Schnittgrößen für Biegung und gemischte Torsion nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt werden; wenn die Verbindungen zwischen stabilisierenden und stabilisierten Bauteilen schlupfbehaftet sind, müssen erforderlichenfalls die Auswirkungen des Schlupfes dabei berücksichtigt werden. Nach Erläuterungen zum Drehschlupf und zum Wegschlupf in geschraubten Verbindungen werden exemplarisch die Auswirkungen des Wegschlupfes auf die Verformungen von Verbänden vorgestellt. Vergleichende Gegenüberstellungen der Spannungen eines Rahmenriegels und eines Rahmenstiels, berechnet mit Biege- und Torsionsschnittgrößen nach Th. II. O., zeigen die Auswirkungen des Wegschlupfes und des Drehschlupfes auf die Beanspruchungen.

## 1 Einführung

Über den Nachweis der Biegedrillknicksicherheit von Trägern (z.B. Rahmenriegeln) und Stützen (z. B. Rahmenstielen) wurde in den letzten Jahren des Öfteren berichtet ([1], [2], [3]).

Bild 1a zeigt einen aus einem Rahmen herausgelösten Riegel. Die dargestellte Stabilisierung gegen Biegedrillknicken entspricht folgenden (praxisüblichen) Annahmen:

- starre seitliche Abstützung durch in Verbände eingebundene Pfetten in der Aussteifungsebene „A“ (= Ebene, in der die seitlichen Abstützungen an den zu stabilisierenden Träger angeschlossen sind)

und

- (drehschlupffreie) Drehfederung  $C_{\theta}$ , ermittelt aus der Biegesteifigkeit der Pfetten und der Verformbarkeit des Trägerstegs (Bild 1b).

Die starre seitliche Abstützung erfordert Verbände mit großer Steifigkeit (d.h. kleinen Formänderungen in der Aussteifungsebene), die drehschlupffreie Drehfederung  $C_{\theta}$  erfordert eine Verschraubung von Pfettenflansch zu Riegelflansch (Bild 1b).

Diese idealisierenden Annahmen stimmen mit der praktischen Ausführung oft nicht überein. Als Beispiele seien genannt:

- „nachgiebige“ seitliche Abstützungen, z.B. infolge von Lochspiel in den geschraubten Anschlüssen von Verbandspfosten (z.B. Pfetten) und Verbandsdiagonalen (z.B. L – Profilen)

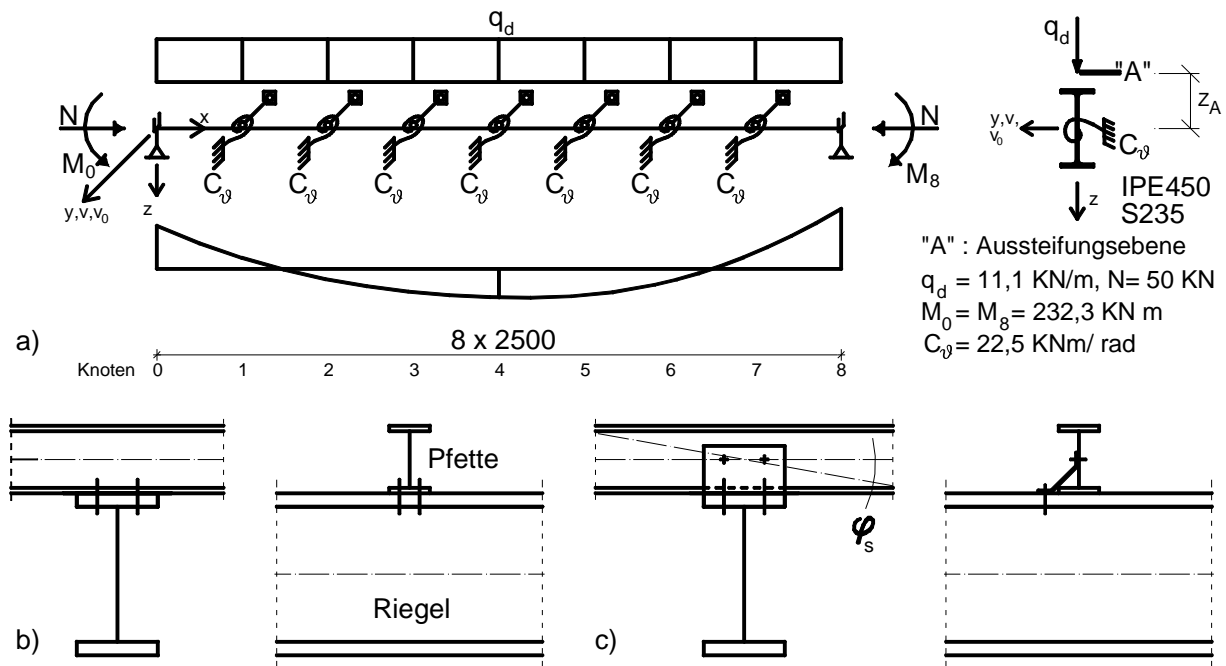
und

- Drehfederung mit Drehschlupf  $\varphi_s$ , z.B. bei Walzprofilpfetten, die mit einem Pfettenschuh an den zu stabilisierenden Riegel angeschlossen sind (Bild 1c) oder bei Kaltprofilpfetten (Z – Pfetten), die hängend an Pfettenschuhe angeschlossen sind.

---

<sup>1</sup> Prof. Dr.- Ing. Jürgen Meister, Fachhochschule Bochum

<sup>2</sup> Prof. Dr.- Ing. Harald Friemann, Technische Universität Darmstadt



**Bild1:** Rahmenriegel mit stabilisierenden Bauteilen

- a) System und Belastung    b) Pfettenanschluß ohne Drehschlupf  
 c) Pfettenanschluß mit Drehschlupf  $\varphi_s$

Somit stellt sich die für die Praxis relevante Frage, in wieweit die angesprochenen Effekte die Biegedrillknicksicherheit beeinflussen.

## 2 Regelungen in DIN 18 800 zum Schlupf in Verbindungen

*DIN 18 800 – 1, El. (733) und (813):*

(733) Schlupf in Verbindungen

Der Schlupf in Verbindungen ist zu berücksichtigen, wenn nicht von vornherein erkennbar ist, dass er vernachlässigbar ist.

Bei Fachwerkträgern darf der Schlupf im Allgemeinen vernachlässigt werden.

Anmerkung 1: Bei Durchlaufträgern, die über der Innenstütze mittels Flanschaschen gestoßen sind, kann die Durchlaufwirkung durch zur Trägerhöhe relativ großes Lochspiel stark beeinträchtigt werden.

Anmerkung 2: Bei Fachwerkträgern, die der Stabilisierung dienen, kann die Vernachlässigung des Schlupfes unzulässig sein, dies gilt z. B. bei kurzen Stäben.

Anmerkung 3: Zur Nachgiebigkeit von Verbindungen im Unterschied zum Schlupf vergleiche Element 737.

(813) Muss nach Abschnitt 7.4, Element 733, der Schlupf von Schraubenverbindungen bei der Tragwerksverformung berücksichtigt werden, ist er mit dem 1,0 fachen Nennlochspiel  $\Delta d$  nach Tabelle 6 anzusetzen. Dabei ist von deckungsgleichen Löchern auszugehen.

*DIN 18 800 – 2, El.(118):*

(118) Schlupf



Der Drehschlupf beträgt, wenn die Bohrlöcher im unbelasteten Zustand deckungsgleich sind:

$$\varphi_s = \frac{0,5 \cdot (\Delta d_1 + \Delta d_2)}{r} \quad (1)$$

Für geschraubte Wandriegelanschlüsse kann der Drehschlupf entsprechend definiert werden (vgl. Abschn. 4.2.3, Bild 6b).

Veranschaulicht wird die Größenordnung des Drehschlupfes  $\varphi_s$  (Tab.1) für folgende Anschlußgeometrie eines Z- Pfettenanschlusses nach Bild 2:

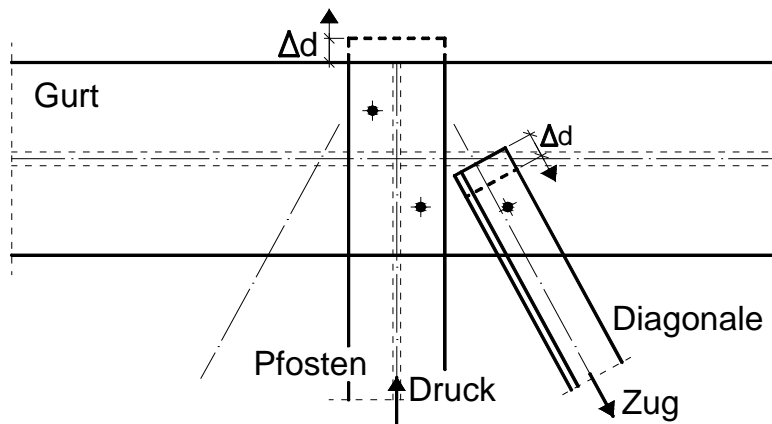
a= 65 mm, b= 120 mm, c= 70 mm, r = 69,5 mm. Für die Fälle I, II, III mit unterschiedlich großem Lochspiel ergibt sich:

I:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0$	: $\varphi_s = 0$ (Idealfall)
II:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 1,0 \text{ mm}$	: $\varphi_s = 0,0144 \text{ rad}$
III:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 2,0 \text{ mm}$	: $\varphi_s = 0,0288 \text{ rad}$

**Tab. 1:** Drehschlupf in Abhängigkeit des Lochspiels für einen Pfettenanschluß

### 3.2 Wegschlupf bei stabilisierenden Verbänden

Der Wegschlupf in Pfosten und Diagonalen stabilisierender Verbände bewirkt eine Vergrößerung der Verformungen in der Aussteifungsebene über die elastischen Verformungen hinaus: Pfosten und Diagonalen „verkürzen“ bzw. „verlängern“ sich um  $s = 2 \cdot \Delta d$  ( $s = \text{Spalt}$ ), bevor sie Druck- bzw. Zugkräfte übertragen und die Steifigkeit des Verbandes aktivieren (vgl. Bild 3). In Bild 3 ist vorausgesetzt, dass die Bohrlöcher in Pfosten, Diagonalen und Gurten gleich groß und im unbelasteten Zustand deckungsgleich sind.

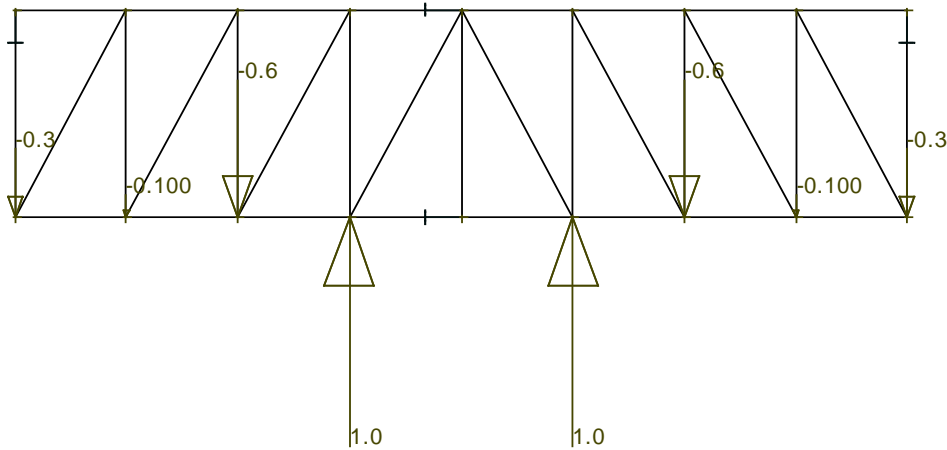


**Bild 3:** Verbandsknotenpunkt

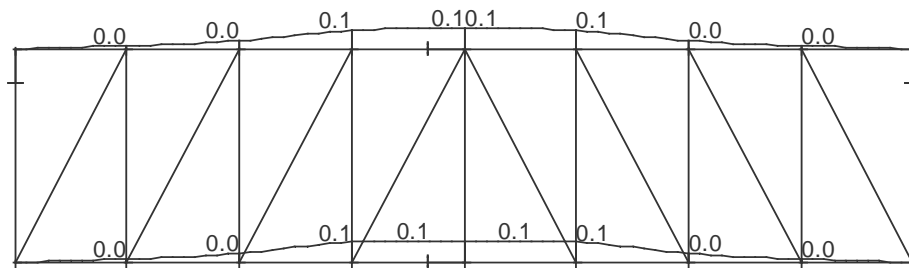
In den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2 wird exemplarisch an je einem Beispiel gezeigt, wie bereits bei kleinen Knotenkräften sich die Verformungen in Verbänden bei schlupffreien und schlupfbehafteten Füllstabanschlüssen unterscheiden.

#### 3.2.1 Horizontalverband

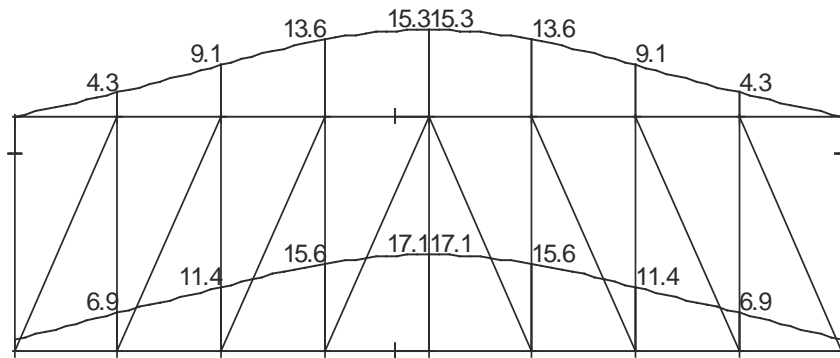
Die Auswirkung des Wegschlupfes auf die Verformungen eines Horizontalverbandes ist in Bild 4 dargestellt.



a) Knotenkräfte /kN/



b) Verformungsordinaten /mm/ , Pfosten und Diagonalen ohne Schlupf



c) Verformungsordinaten /mm/ , Pfosten und Diagonalen mit 1mm Schlupf

**Bild 4:** Horizontalverband [P1]

(Angaben zum Verband: Breite  $B = 8 \cdot 2500$  mm, Höhe  $H = 5000$  mm, biegesteife Gurte IPE 450 mit Biegung um die schwache Achse, Pfosten Quadratrohr  $80 \cdot 80 \cdot 4$  (zentrisch gedrückt), Diagonalen L 60 x 6, Pfosten und Diagonalen in der Schwerachsebene der Gurtstäbe liegend angenommen. Endknoten des Obergurtes rechtwinklig zur Obergurtlängsachse unverschieblich gelagert).

In Bild 4a ist eine Stabilisierungslastgruppe dargestellt, die ein zu stabilisierender Riegel in dieser Größenordnung auf seitlich abstützende Bauteile ausüben könnte; bei den nachfolgenden Verformungsvergleichen kommt es nicht auf die tatsächliche Größe und

Verteilung der Stabilisierungskräfte an, es soll lediglich gezeigt werden, dass bereits kleine Kräfte relativ große Schlupfverformungen hervorrufen.

Die mit [P1] berechneten Verbandsverformungen sind in den Bildern 4b und 4c dargestellt:

in Bild 4b sind die elastischen Verformungen in Verbandsebene für Pfosten- und Diagonalenanschlüsse ohne Schlupf dargestellt, Bild 4c zeigt die Summe der elastischen und der Schlupfverformungen für ein Lochspiel  $\Delta d = 1,0$  mm in Pfosten- und Diagonalenanschlüssen.

Im Falle b) setzt bereits bei Belastungsbeginn eine „gemischte“ Tragwirkung ein: die (biegesteifen) Verbandsgurte tragen auf Biegung, die (gelenkig angeschlossenen) Füllstäbe auf Zug bzw. Druck.

Im Falle c) trägt bei Belastungsbeginn der biegesteife Untergurt die Kräfte über Biegung alleine ab, mit anwachsender Last und der damit verbundenen Überwindung des Schlupfes in zunächst einzelnen Füllstabanschlüssen wird auch der Obergurt auf Biegung beansprucht, bis schließlich eine „gemischte“ Tragwirkung (vgl. Fall b) ) einsetzt.

Der Vergleich der Verformungen in Bild 4b und Bild 4c zeigt die relativ große Auswirkung des Wegschlupfes, welche bereits bei kleinen auf den Verband einwirkenden (Stabilisierungs-)Kräften auftritt; eine starre seitliche Abstützung durch den Verband ist hier also nicht vorhanden.

Weitere Einflüsse, welche die elastischen Verformungen von Verbänden beeinflussen wie z.B.:

- die Schwerlinien von Pfosten und Diagonalen liegen nicht in einer Ebene
- die Schwerlinien der Pfosten bzw. der Diagonalen liegen nicht in der Ebene der Schwerlinien der Gurte
- die Lasteinleitung in Pfosten und Diagonalen erfolgt außermittig
- der zu stabilisierende Träger ist Gurt des Verbandes
- der Verband stabilisiert mehrere Träger

können hier nur erwähnt, aber im Rahmen dieses Vortrags nicht in die weiteren Betrachtungen einbezogen werden.

### 3.2.2 Vertikalverband

Die Auswirkung des Wegschlupfes auf die Verformungen eines Vertikalverbandes ist in Bild 5 dargestellt.

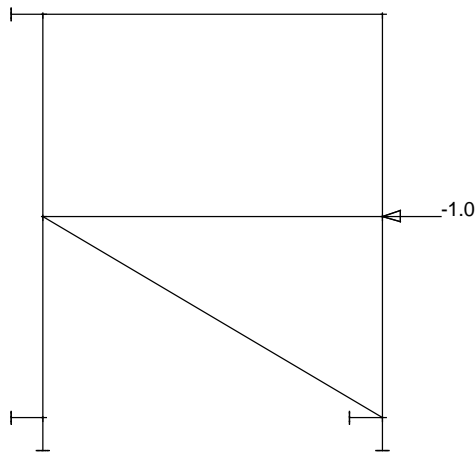
(Angaben zum Verband:  $B = 5,0$  m,  $H = 2 \cdot 3,0$  m =  $6,0$  m, biegesteife Gurte IPE 270 mit Biegung um die schwache Achse, Pfosten C 140/90/20/2.5, Diagonale L 60 x 6, Fußpunkte horizontal und vertikal unverschieblich, Stützenköpfe horizontal unverschieblich gelagert).

Den Gedankengängen in Abschnitt 3.2.1 folgend zeigt Bild 5a einen Vertikalverband mit einer kleinen Stabilisierungskraft, die bereits ausreicht, um die Schlupfverformungen auszulösen.

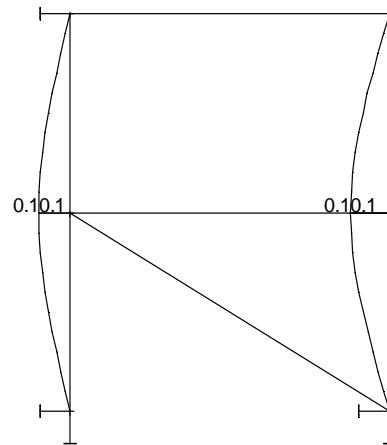
In Bild 5b sind die elastischen Verformungen in Verbandsebene für Pfosten- und Diagonalenanschlüsse ohne Schlupf dargestellt, Bild 5c zeigt die Summe der elastischen und der Schlupfverformungen für ein Lochspiel  $\Delta d = 1,0$  mm in Pfosten- und Diagonalenanschlüssen.

Der Vergleich der Verformungen in Bild 5b und Bild 5c zeigt die relativ große Auswirkung des Wegschlupfes, welche bereits bei kleinen auf den Verband einwirkenden Kräften auftritt; eine starre seitliche Abstützung durch den Verband ist hier also nicht vorhanden.

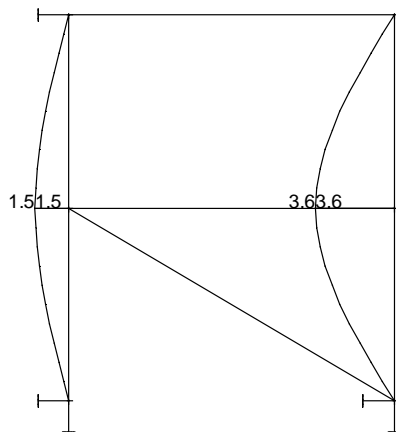
Zusätzliche Einflüsse, welche die elastischen Verformungen stabilisierender Verbände beeinflussen, sind in Abschnitt 3.2.1 angegeben.



a) Knotenkraft /kN/



b) Verformungsordinaten /mm/ ,  
Pfosten und Diagonalen ohne Schlupf



c) Verformungsordinaten /mm/ , Pfosten und Diagonalen mit 1mm Schlupf

**Bild 5:** Vertikalverband [P1]

#### 4 Berücksichtigung von Drehschlupf und Wegschlupf beim Nachweis der Biegedrillknicksicherheit

##### 4.1 Problemstellung und Lösungsansätze

In der mir bekannten Software für Biegung mit gemischter Torsion war es bisher nicht möglich

a) Drehfedern mit Drehschlupf  
und

b) Wegschlupf bei stabilisierenden seitlichen Abstützungen (z.B. Wegfedern) bei der Berechnung der Schnittgrößen für Biegung und Torsion zu berücksichtigen.

Zwischenzeitlich hat Prof. Dr.-Ing. H. Friemann nach intensiver Diskussion der Problematik das von ihm verfasste Programm „DRILL – Biegedrillknicken gerader Träger“ [P2] [4], um

die Berechnungsmöglichkeiten „Drehfedern  $C_\theta$  mit Drehschlupf“ und „Wegfedern  $K_y$  mit Wegschlupf“ erweitert [P3].

## 4.2 (Erste) Ergebnisse vergleichender Berechnungen

In den folgenden Abschnitten werden die Auswirkungen des Schlupfes auf die Beanspruchungen (Normalspannungen) eines Rahmenriegels und eines Rahmenstiels gezeigt. Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1.1$  wurde auf der Seite der Widerstandsgrößen berücksichtigt.

### 4.2.1 Rahmenriegel mit Berücksichtigung des Drehschlupfes

Für den in Bild 1a dargestellten Rahmenriegel mit Pfettenanschlusspunkten nach Bild 2 wurde unter Annahme starrer seitlicher Abstützungen an den Pfettenanschlußpunkten (= Schwerpunkt des Schraubenbildes des Pfettenschuhs,  $z_a = 375\text{mm}$ ) und Lastangriffspunkt der Gleichstreckenlast ebenfalls im Schwerpunkt des Schraubenbildes der Drehschlupf  $\varphi_s$  nach den in Abschnitt 3.1 angegebenen Fällen I, II und III variiert.

Die jeweils maximale Spannung nach Theorie II. Ordnung

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_\omega}{I_\omega} \cdot \omega \quad (2)$$

an der Trägerstelle  $x$  ist in den Zeilen I, II, III der Tabelle 1 angegeben. Die Vorverformung  $v_0(x)$  wurde jeweils affin zur Eigenfunktion  $v_M(x)$  der Schubmittelpunktsachse mit dem Stich  $v_0^*$  angesetzt.

	$\varphi_s$ [rad]	$v_0^*$ [cm]	$\sigma_x$ (kN/cm <sup>2</sup> )	Stelle $x$ [m]	
I	0	4,0	22,9	10	starre seitliche Abstützung
II	0,0144	4,0	23,0	10	
III	0,0288	4,0	23,2	10	
IV	0,0144	4,0	24,5	8,75 / 11,25	$K_y = 2000 \text{ kN/m}$ , Wegschlupf $s_{y,i}$ nach Abschnitt 4.2.2

**Tab.2:** Ergebnisse für den Rahmenriegel nach Bild 1 [P3]

Der Vergleich der Spannungen  $\sigma_x$  zeigt, dass die Größe des Drehschlupfes  $\varphi_s$  (in diesem Fall) einen geringen Einfluss auf die maximalen Beanspruchungen hat.

Mit wachsendem Drehschlupf  $\varphi_s$  werden die auf die seitlichen Abstützungen einwirkenden Stabilisierungskräfte  $R_y$  größer. Im Fall III betrug  $\max R_y = 1,4 \text{ kN}$  im Vergleich zu  $\max R_y = 0,73 \text{ kN}$  im Fall I, die in Abschnitt 3.2.1 für die Verformungsberechnungen angesetzten Knotenkräfte lagen somit in einer realistischen Größenordnung.

## 4.2.2 Rahmenriegel mit Berücksichtigung von Drehschlupf und Wegschlupf

Wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, liefert ein Verband mit geschraubten Pfosten- und Diagonalanschlüssen keine starre seitliche Abstützung, die abstützende Wirkung ist erst dann in voller Größe vorhanden, wenn der Wegschlupf in den Pfosten- und Diagonalanschlüssen infolge der auf den Verband einwirkenden (Stabilisierungs-)Kräfte überwunden ist.

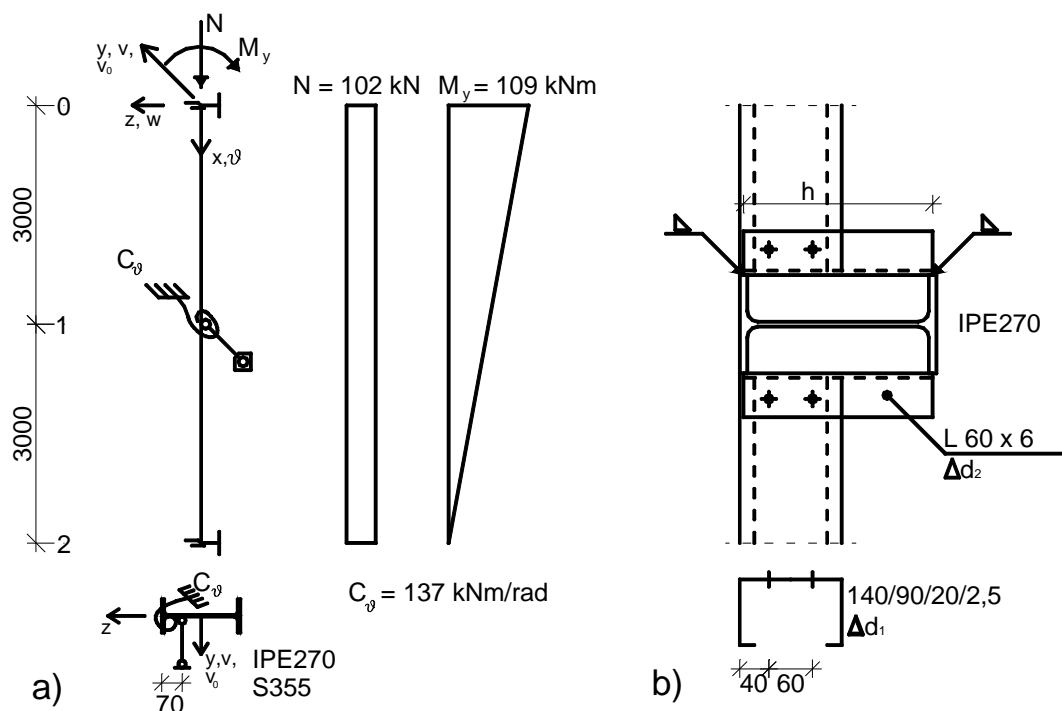
Für die hier vorgenommenen vergleichenden Berechnungen für den Träger nach Bild 1 wurden daher die starren seitlichen Abstützungen in der Aussteifungsebene an den Knoten  $i = 1$  bis 7 (Bild 1) durch Wegfedern mit Wegschlupf  $s_{y,i}$  ersetzt. Für den Wegschlupf der Wegfedern an den Innenknoten wurden folgende (realitätsnahe) Werte **angenommen**:  $s_{y,i} = 6,9/ 11,4/ 15,6/ 17,1/ 15,6/ 11,4/ 6,9$  mm.

Die Wegfedersteifigkeit wurde für die hier durchgeführte vergleichende Berechnung mit  $K_y = 2000$  kN/m so groß **gewählt**, dass Verformungen und Spannungen des Trägers hauptsächlich vom angenommenen Wegschlupf der Wegfedern und nur in geringem Maße durch elastische Verformungen der Wegfedern beeinflusst wurden.

Das Ergebnis dieser vergleichenden Berechnung ist in Abschn. 4.2.1 Tab. 2 Zeile IV angegeben, die maximale Spannung beträgt  $\sigma_x = 24.5$  kN/cm<sup>2</sup>.

## 4.2.3 Rahmenstiel mit Berücksichtigung des Drehschlupfes

Für den in Bild 6a dargestellten Rahmenstiel mit Wandriegelanschluss nach Bild 6b wurde unter Annahme starrer seitlicher Abstützung am Wandriegelanschlusspunkt (= Schwerpunkt des Schraubenbildes des Wandriegelanschlusses) der Drehschlupf  $\phi_s$ , berechnet mit Gl. (1) für  $r = 60$  mm, für die Fälle I, II und III variiert:



**Bild 6:** Rahmenstiel mit stabilisierenden Bauteilen

a) Rahmenstiel; b) Wandriegelanschluss

I:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0$	: $\varphi_s = 0$ (Idealfall)
II:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 1,0 \text{ mm}$	: $\varphi_s = 0,033 \text{ rad}$
III:	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 2,0 \text{ mm}$	: $\varphi_s = 0,066 \text{ rad}$

**Tab. 3:** Drehschlupf in Abhängigkeit des Lochspiels für einen Wandriegelanschluss

Die jeweils maximale Spannung  $\sigma_x$  nach Theorie II. Ordnung an der Trägestelle x ist in den Zeilen I, II und III der Tabelle 4 angegeben.

Die Vorverformung  $v_0(x)$  wurde jeweils affin zur Eigenfunktion  $v_M(x)$  der Schubmittelpunktsachse mit dem Stich  $v_0^*$  angesetzt.

	$\varphi_s$ [rad]	$v_0^*$ [cm]	$\sigma_x$ (kN/cm <sup>2</sup> )	Stelle x [m]	
I	0	0,6	33,0	0,90	starre seitliche Abstützung
II	0,033	0,6	36,3	1,05	
III	0,066	0,6	39,6	1,20	
IV	0,033	0,6	37,5	1,05	$K_y = 8000 \text{ kN/m}$ , Wegschlupf $s_y = 3,6 \text{ mm}$

**Tab. 4:** Ergebnisse für den Rahmenstiel nach Bild 6 [P2]

Der Vergleich der Spannungen  $\sigma_x$  zeigt, dass der Drehschlupf hier einen großen Einfluss auf die maximale Beanspruchung hat. Mit wachsendem Drehschlupf  $\varphi_s$  werden die auf die als starr angenommenen seitlichen Abstützungen einwirkenden Stabilisierungskräfte  $R_y$  größer. In den Fällen I bis III betragen die Stabilisierungskräfte  $R_y = 0,73/ 2,04/ 3,35 \text{ kN}$ , im Falle IV (vgl. Abschnitt 4.2.4) betrug  $R_y = 1,77 \text{ kN}$ .

#### 4.2.4 Rahmenstiel mit Berücksichtigung von Drehschlupf und Wegschlupf

Wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, liefert ein Verband mit geschraubten Pfosten- und Diagonalenanschlüssen keine starre seitliche Abstützung, die abstützende Wirkung ist erst dann in voller Größe vorhanden, wenn der Wegschlupf in den Pfosten- und Diagonalenanschlüssen infolge der auf den Verband einwirkenden (Stabilisierungs-)Kräfte überwunden ist.

Für die hier vorgenommenen vergleichenden Berechnungen für den Rahmenstiel nach Bild 6a wurde daher die starre seitliche Abstützung am Wandriegelanschlusspunkt (Bild 6b) durch eine Wegfeder mit Wegschlupf ersetzt. Für den Wegschlupf der Wegfedern wurde folgender (realitätsnaher) Wert **angenommen**:  $s_y = 3.6 \text{ mm}$ .

Die Wegfedersteifigkeit wurde für die hier durchgeführte vergleichende Berechnung mit  $K_y = 8000 \text{ kN/m}$  so groß gewählt, dass Verformungen und Spannungen des Rahmenstiels

hauptsächlich vom angenommenen Wegschlupf der Wegfeder und nur in geringem Maße durch die elastische Verformung der Wegfeder beeinflusst wurden.

Das Ergebnis dieser vergleichenden Berechnung ist in Abschn. 4.2.3 Tab. 4 Zeile IV angegeben, die maximale Spannung beträgt  $\sigma_x = 37,5 \text{ kN/cm}^2$ .

## 5 Schluß

Drehschlupf und Wegschlupf in geschraubten Verbindungen stabilisierender Bauteile beeinflussen die Biegedrillknicksicherheit (elastische Grenzlast, Traglast) der zu stabilisierenden Bauteile.

Die Auswirkungen des Drehschlupfes können mit DRILL [P3] beim Verfahren E-E genau erfasst werden, für Untersuchungen über die Auswirkungen des Wegschlupfes stehen in DRILL Wegfedern mit Wegschlupf zur Verfügung.

In den vorgestellten Beispielen, deren Ergebnisse nicht verallgemeinert werden können, zeigten sich folgende unterschiedliche „Reaktionen“:

- Der untersuchte (schlanke) Rahmenriegel reagierte nicht sehr empfindlich auf in bau-praktischer Größenordnung vorhandene „Nachgiebigkeiten“, er schmiegte sich bei Belastungsbeginn unter Entwicklung „kleiner“ Spannungen den „Schlupfverformungen“ der stabilisierenden Bauteile an.
- Der untersuchte Rahmenstiel reagierte empfindlicher auf Drehschlupf und Wegschlupf.

Weitere Untersuchungen sind erforderlich, um praxisgerechte und ausreichend sichere Nachweisempfehlungen zu erarbeiten.

## Literatur

- [1] Meister, J.: Nachweispraxis Biegeknicke und Biegedrillknicken. Einführung, Bemessungshilfen, 42 Beispiele für Studium und Praxis. Berlin: Ernst & Sohn 2002
- [2] Meister, J.: Biegedrillknicken von Hallenrahmen – Vergleich von Nachweismöglichkeiten. Bautechnik 80 (2003) H. 4
- [3] Meister, J.: Biegedrillknicken von Riegeln und Stielen von Hallenrahmen mit nachgiebigen Rahmenecken. Stahlbau 74 (2005) H. 1
- [4] Friemann, H.: Biegedrillknicken gerader Träger. Grundlagen zum Programm Drill, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der TH Darmstadt, H. 56, 1996
- [P1] SCIA ESA – Prima Win 3.60.22: Berechnung und Entwurf von Tragwerken. SCIA – Software GbR, Dortmund. <http://www.scia-software.de>
- [P2] Friemann, H.: DRILL – Biegedrillknicken gerader Träger. Version 2004.300. FIDES DV Partner GmbH, München. <http://www.fides-dvp.de>
- [P3] Friemann, H.: DRILL Version 2006.177 (noch unveröffentlicht).