

Der vorliegende Beitrag behandelt die Beanspruchung von Verbänden und Schubfeldern, die zur Stabilisierung biegedrillknickgefährdeter Träger herangezogen werden. Es werden ein Ingenieurmodell zur Beschreibung der Stabilisierungslasten aus den Differentialgleichungen des Biegetorsionsproblems nach Theorie II. Ordnung mit Wölbkrafttorsion abgeleitet und Näherungsformeln für die Bemessung stabilisierender Konstruktionen angegeben. Anhand von Beispielen werden die Anwendung der Näherungsformeln vorgeführt und Anwendungsgrenzen für das praxisübliche Modell „Druckgurt = Druckstab“ aufgezeigt.

Design of truss and diaphragm type bracing. *This paper gives advice on the calculation of bracing strength requirements for truss or diaphragm type bracing used to prevent lateral torsional buckling of girders subject to bending. An engineer-model to determine the bracing forces is derived from the differential equations describing bending and torsion of members with thin-walled cross section with respect to second order theory. Examples show the use of approximate formulas for the design of bracing and the mistakes that occur when using the common model „Compression chord = Member in compression“.*

1 Einführung

Zur Stabilisierung schlanker biegeknick- oder biegedrillknickgefährdeter Bauteile werden im Stahlbau häufig Verbände oder Schubfelder angeordnet. Bild 1 zeigt schematisch den Dachverband einer Stahlhalle zur Aufnahme von Windlasten und zur Stabilisierung der biegedrillknickgefährdeten Rahmenriegel der in Hallenquerrichtung angeordneten Zweigelenrahmen. Der Dachverband wird in der Regel in der Obergurtebene der Rah-

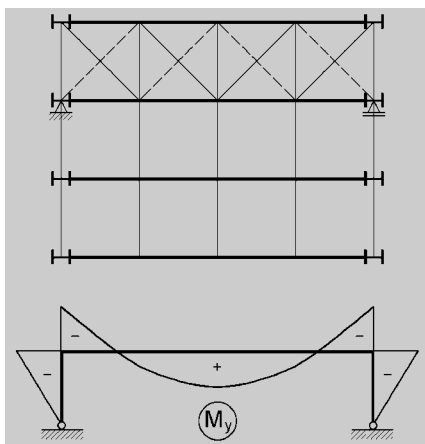


Bild 1. Dachverband einer Stahlhalle zur Aufnahme von Windlasten und zur Stabilisierung biegedrillknickgefährdeter Rahmenriegel

Fig. 1. Truss type bracing in the roof plane of a single storey industrial building to carry wind loads and bracing forces caused by lateral torsional buckling of the portal frame rafters

menriegel angeschlossen, um ein seitliches Ausweichen des gedrückten Obergurts der Rahmenriegel zu behindern. Typische Konstruktionsbeispiele für Verbände mit Querschnitten und Anschlußdetails sind in [1] ausführlich beschrieben.

Um die aussteifende Wirkung einer Stabilisierungs-konstruktion für den Tragsicherheitsnachweis der stabilisierten Bauteile in Rechnung stellen zu können, ist es erforderlich, eine sichere Aufnahme der auftretenden Stabilisierungslasten nachzuweisen. Unter dem Begriff Stabilisierungslasten werden die Kräfte verstanden, die zwischen der Stabilisierungs-konstruktion und dem biegedrillknickgefährdeten Träger wirken. Sie üben auf die stabilisierende Konstruktion eine belastende und auf den Träger eine stützende Wirkung aus.

Die Berechnung von Stabilisierungslasten zur Bemessung von stabilisierenden Konstruktionen erfolgt in der Baupraxis fast ausschließlich mit Näherungsverfahren, welche den Druckgurt von biegedrillknickgefährdeten Trägern isoliert vom restlichen Querschnitt als kontinuierlich gestützten Druckstab mit konstanter Normalkraft behandeln. Bild 2 zeigt das zugehörige statische Modell zur Berechnung von Stabilisierungslasten nach Gerold [2], Petersen [3] oder EC 3 [4]. Die Stabilisierungslast q_s , die auf die seitliche Stütz-konstruktion wirkt, berechnet sich aus der Bedingung, daß Kräftegleichgewicht am gehaltenen Gurt herrscht. Das Modell kann als „eben“ bezeichnet werden, da nur Kräfte und Verformungen in der Obergurtebene betrachtet werden. Die Auswirkung der seitlichen Verformung des Unter-gurts und damit die räumliche Verdrehung ϑ des Querschnitts werden nicht berücksichtigt.

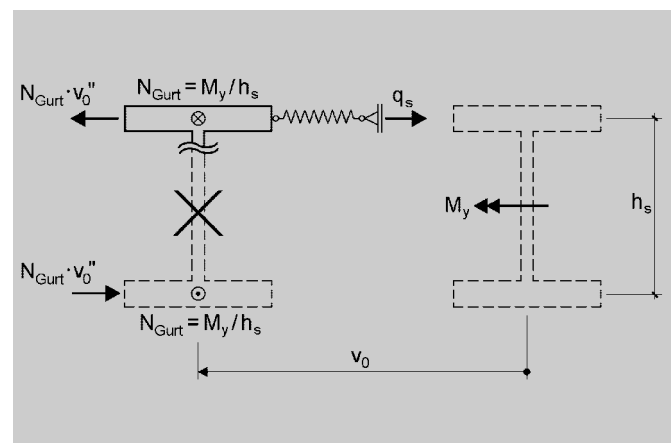


Bild 2. Modell „Druckgurt = Druckstab“ zur Berechnung von Stabilisierungslasten nach Gerold [2], Petersen [3] oder EC 3 [4]

Fig. 2. Modell „Compression chord = Member in compression“ to calculate bracing forces due to Gerold [2], Petersen [3] or EC 3 [4]

Durch die Vereinfachung des tatsächlich vorhandenen räumlichen Biegetorsionsproblems auf das Druckstabmodell gemäß Bild 2 wird eine Vielzahl von Einflußparametern vernachlässigt:

- Torsionssteifigkeit des stabilisierten Trägers
- Drehbettung des Trägers durch angrenzende Bauteile
- Verlauf des Biegemoments $M_y(x)$
- Angriffspunkt im Querschnitt von Querlasten q_z
- Exzentrizität zwischen einer im Schwerpunkt wirkenden Normalkraft N und der Ebene der seitlichen Stützung in Höhe des Trägergurts
- lokale Verformungen v und ϑ zwischen benachbarten Stützstellen bei seitlicher Stützung in diskreten Punkten. Bei Trägern mit seitlicher Stützung am Obergurt und Belastung durch negative Biegemomente ist der Zuggurt und nicht der Druckgurt seitlich gehalten. In diesen Fällen kann das Druckstabmodell offensichtlich nicht zu richtigen Ergebnissen führen.

Der vorliegende Beitrag behandelt die Stabilisierungslasten biegedrillknickgefährdeter Träger mit seitlicher Stützung als räumliches Problem. Zu diesem Zweck werden ein Ingenieurmodell zur Beschreibung der Stabilisierungslasten aus den Differentialgleichungen des Biegetorsionsproblems nach Theorie II. Ordnung mit Wölbkrafttorsion hergeleitet und Näherungsformeln für die Berechnung von Stabilisierungslasten angegeben.

Für alle Herleitungen im vorliegenden Beitrag gelten die üblichen Annahmen der Stabtheorie und zusätzlich folgende Voraussetzungen:

- Es werden nur doppelsymmetrische, offene, dünnwandige Querschnitte behandelt.
- Örtliche Instabilität (Beulen) wird nicht betrachtet.
- Die Lagerung der Träger wird als Gabellager ausgeführt.

Bezeichnungen

ϑ_0	Vorverdrehung der Stabachse
v_0, w_0	Vorverformung in Richtung y, z
v_{OG}, v_{UG}	Verschiebung von Obergurt, Untergurt in Richtung y
L	Stützweite
h, b	Höhe, Breite des Querschnitts
h_S	Abstand der Gurtmittelpunkte
$i_p^2 = \frac{I_y + I_z}{A}$	Polarer Trägheitsradius
c_ϑ	Drehbettung um die Stabachse
S^*	Schubfeldsteifigkeit
N	Normalkraft, als Zugkraft positiv
N_{Gurt}	Gurtnormalkraft, als Druckkraft positiv
q_S	Stabilisierungslast bei kontinuierlicher Stützung in Richtung y
Q_S	Querkraft in der Stabilisierungskonstruktion infolge Stabilisierungslast

2 Ingenieurmodell für Stabilisierungslasten beim Biegetorsionsproblem

Die praxisüblichen Verfahren zur Berechnung von Stabilisierungslasten nach Gerold [2], Petersen [3] oder EC 3 [4] behandeln den Druckgurt von Biegeträgern als Druckstab, vergleiche dazu Bild 2. Diese einfache Modellvorstellung ermöglicht die Beschreibung von Stabilisierungslasten als Funktion der Normalkraft und der

Verformung des stabilisierten Gurts auf der Grundlage der Differentialgleichung des Druckstabs:

$$EI_{z,Gurt} \cdot v''''_{Gurt} + (N_{Gurt} \cdot v'_{Gurt})' = q_{y,Gurt} \tag{1}$$

Wird der Gurt in y -Richtung durch eine Stabilisierungs-konstruktion seitlich gestützt, so kann die auf die seitliche Halterung wirkende Stabilisierungslast als Ersatzbelastung für den Einfluß der Gurtnormalkraft in Verbindung mit der Verschiebung des Gurts in y -Richtung aufgefaßt werden:

$$q_S = q_{y,Gurt,Ersatz} = - (N_{Gurt} \cdot v'_{Gurt})' \tag{2}$$

Mit Gl. (2) können die Stabilisierungslasten beim Biegeknickproblem berechnet werden. Die Anwendung dieser Gleichung auf das tatsächlich vorliegende Biegetorsionsproblem stellt eine Näherung dar.

Zur Beschreibung der beim Biegetorsionsproblem auftretenden Stabilisierungslasten kann das Konzept der Ersatzbelastung aus dem Modell „Druckgurt = Druckstab“ auf das räumliche Modell eines seitlich gestützten biegedrillknickgefährdeten Trägers übertragen werden. Dieses Verfahren soll als „Ersatzbelastungsverfahren – Biegedrillknicken“ oder kurz EBV-BDK bezeichnet werden.

Mit dem EBV-BDK wird ein Ingenieurmodell für die Stabilisierungslasten beim Biegetorsionsproblem angegeben, mit dessen Hilfe die Einflüsse aus Imperfektionen, elastischen Verformungen und planmäßiger Belastung von seitlich gestützten Trägern als horizontale Ersatzlasten q_y in Höhe der Gurte von doppelsymmetrischen I-Querschnitten behandelt werden können.

Das Biegetorsionsproblem eines durch Normalkraft und Biegung um die y -Achse belasteten vorgekrümmten und vorverdrehen Trägers mit doppelsymmetrischem Querschnitt kann mit den gekoppelten Differentialgleichungen (3a) und (3b) beschrieben werden [5]:

$$EI_z \cdot v'''' + (M_y \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))'' - (N \cdot (v_0 + v))' = q_y \tag{3a}$$

$$EI_\omega \cdot \vartheta'''' - GI_T \cdot \vartheta'' + c_\vartheta \cdot \vartheta + q_z \cdot z_p \cdot (\vartheta_0 + \vartheta) + M_y \cdot (v_0 + v)'' - (N \cdot i_p^2 \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))' = m_x \tag{3b}$$

Isoliert man die Steifigkeitsanteile, die mit den vierten Ableitungen der Verformungen v und ϑ gekoppelt sind und faßt man die übrigen Steifigkeits- und Lastterme als Ersatzbelastungen auf, so lassen sich die Gln. (3a) und (3b) als Gln. (4a) und (4b) schreiben:

$$EI_z \cdot v'''' = q_y + q_{y,Ersatz} \tag{4a}$$

$$EI_\omega \cdot \vartheta'''' = m_x + m_{x,Ersatz} \tag{4b}$$

mit

$$q_{y,Ersatz} = - (M_y \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))'' + (N \cdot (v_0 + v))'$$

$$m_{x,Ersatz} = GI_T \cdot \vartheta'' - c_\vartheta \cdot \vartheta - q_z \cdot z_p \cdot (\vartheta_0 + \vartheta) - M_y \cdot (v_0 + v)'' + (N \cdot i_p^2 \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))'$$

Bei der Formulierung des Ersatzstreckentorsionsmomentes $m_{x, \text{Ersatz}}$ gemäß Gl. (4b) ist zu beachten, daß die Auswirkungen von Torsionsverdrehungen ϑ in Verbindung mit der *St. Venant*'schen Torsionssteifigkeit GI_T und der Drehbettung c_ϑ ebenfalls der Ersatzbelastung zugerechnet werden und damit der Einfluß der Torsionssteifigkeit von Träger und Drehbettung auf die Stabilisierungslasten berücksichtigt wird.

Man kann Gl. (4a) als Biegung um die z-Achse unter Ersatzbelastung q_y und Gl. (4b) als reine Wölbkrafttorsion unter Ersatzbelastung m_x auffassen. Die Wirkung der *St. Venant*'schen Torsionssteifigkeit GI_T und der Drehbettung c_ϑ sind dabei nicht vernachlässigt, sondern in der Ersatzbelastung $m_{x, \text{Ersatz}}$ enthalten.

Reine Wölbkrafttorsion läßt sich als Gurtbiegung interpretieren. Die Torsionsmomente m_x und $m_{x, \text{Ersatz}}$ können deshalb in ein Kräftepaar aus Ersatzlasten $q_{y, \text{OG}}$ und $q_{y, \text{UG}}$ in Höhe der Querschnittsurte zerlegt werden. Bild 3 verdeutlicht diese Vorgehensweise, die mit „Gleichgewicht am Querschnitt“ beschrieben werden kann. Mit h_s als dem Abstand der Gurtmittelpunkte erhält man die Obergurtlast $q_{y, \text{OG}}$ und die Untergurtlast $q_{y, \text{UG}}$ gemäß Gln. (5a) und (5b):

$$q_{y, \text{OG}} = \frac{1}{2} \cdot (q_y + q_{y, \text{Ersatz}}) + \frac{1}{h_s} \cdot (m_x + m_{x, \text{Ersatz}}) \quad (5a)$$

$$q_{y, \text{UG}} = \frac{1}{2} \cdot (q_y + q_{y, \text{Ersatz}}) - \frac{1}{h_s} \cdot (m_x + m_{x, \text{Ersatz}}) \quad (5b)$$

Benutzt man für die Gln. (5a) und (5b) anstelle der rechten Seiten die linken Seiten der Gln. (4a) und (4b), so ergeben sich die Gln. (6a) und (6b):

$$q_{y, \text{OG}} = \frac{1}{2} \cdot EI_z \cdot v'''' + \frac{1}{h_s} \cdot EI_\omega \cdot \vartheta'''' \quad (6a)$$

$$q_{y, \text{UG}} = \frac{1}{2} \cdot EI_z \cdot v'''' - \frac{1}{h_s} \cdot EI_\omega \cdot \vartheta'''' \quad (6b)$$

Diese lassen sich mit Hilfe der Beziehungen (7) bis (10) in die Gl. (11a) „Obergurtbiegung“ und die Gl. (11b) „Untergurtbiegung“ überführen:

$$v = \frac{1}{2} \cdot (v_{\text{OG}} + v_{\text{UG}}) \quad (7)$$

$$\vartheta = \frac{1}{h_s} \cdot (v_{\text{OG}} - v_{\text{UG}}) \quad (8)$$

mit
 v_{OG} Verschiebung des Obergurts in y-Richtung
 v_{UG} Verschiebung des Untergurts in y-Richtung

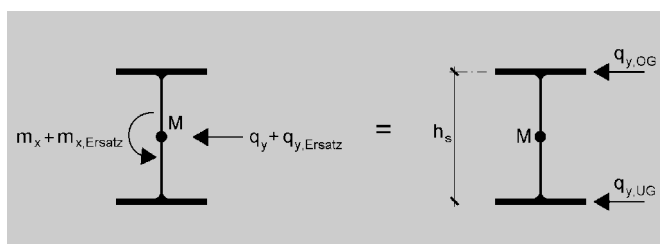


Bild 3. Gleichgewicht der Ersatzlasten am Querschnitt
Fig. 3. Equilibrium of equivalent loads on the cross-section

$$I_\omega = I_z \cdot \frac{h_s^2}{4} \quad (9)$$

$$I_{z, \text{OG}} = I_{z, \text{UG}} = \frac{I_z}{2} \quad (10)$$

mit
 $I_{z, \text{OG}}$ Biegesteifigkeit des Obergurts um die z-Achse
 $I_{z, \text{UG}}$ Biegesteifigkeit des Untergurts um die z-Achse

Die Gln. (7) und (8) gelten für kleine Verdrehungen ϑ . Die Gln. (9) und (10) gelten für doppelsymmetrische I-Profile, wenn die Beiträge des Steges und der Walzausrundungen bei der Berechnung von I_z vernachlässigt werden:

$$q_{y, \text{OG}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot EI_{z, \text{OG}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (v_{\text{OG}}'''' + v_{\text{UG}}''') + \frac{1}{h_s} \cdot 2 \cdot EI_{z, \text{OG}} \cdot \frac{h_s^2}{4} \cdot \frac{1}{h_s} \cdot (v_{\text{OG}}'''' - v_{\text{UG}}''') = EI_{z, \text{OG}} \cdot v_{\text{OG}}'''' \quad (11a)$$

$$q_{y, \text{UG}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot EI_{z, \text{UG}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (v_{\text{OG}}'''' + v_{\text{UG}}''') - \frac{1}{h_s} \cdot 2 \cdot EI_{z, \text{UG}} \cdot \frac{h_s^2}{4} \cdot \frac{1}{h_s} \cdot (v_{\text{OG}}'''' - v_{\text{UG}}''') = EI_{z, \text{UG}} \cdot v_{\text{UG}}'''' \quad (11b)$$

Aus den Gln. (4a), (4b) und (5a), (5b) ergeben sich die Gln. (12a), (12b) für die Ersatzlasten q_y in Höhe der Querschnittsurte:

$$q_{y, \text{OG}} = \frac{1}{2} \cdot [q_y - (M_y \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))'' + (N \cdot (v_0 + v)')'] + \frac{1}{h_s} \cdot [m_x + GI_T \cdot \vartheta'' - c_\vartheta \cdot \vartheta - q_z \cdot z_p \cdot (\vartheta_0 + \vartheta) - M_y \cdot (v_0 + v)'' + (N \cdot i_p^2 \cdot (\vartheta_0 + \vartheta)')'] \quad (12a)$$

$$q_{y, \text{UG}} = \frac{1}{2} \cdot [\dots] - \frac{1}{h_s} \cdot [\dots] \quad (12b)$$

Sind die Verformungen v , ϑ und ihre Ableitungen v' , v'' , ϑ' , ϑ'' bekannt, so können mit Hilfe der Gln. (12a) und (12b) die Stabilisierungslasten berechnet werden, die auf die Trägergurte und auf eine seitliche Halterung am Obergurt bzw. am Untergurt wirken. Die Art der seitlichen Halterung (unverschieblich, biegesteif, schubsteif, Wegfeder, kontinuierlich oder diskret) geht über die Verformungen v , ϑ und deren Ableitungen in die Gln. (12a) und (12b) ein. Diese Gleichungen sind damit universell auf alle Arten von seitlichen Stützkonstruktionen in Höhe der Querschnittsurte anwendbar.

3 Stabilisierungslasten von Trägern mit konstantem Schnittgrößenverlauf

Betrachtet wird der gabelgelagerte Einfeldträger mit Drehbettung und unverschieblicher seitlicher Stützung (gebundener Drehachse) im Obergurtmittelpunkt gemäß Bild 4. Die Belastung kann aus einer in Trägerlängsrichtung

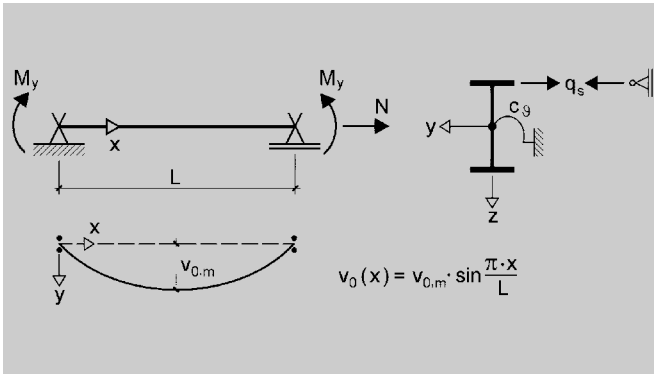


Bild 4. Gabelgelagerter Einfeldträger mit gebundener Drehachse am Obergurt, sinusförmiger Vorkrümmung und Belastung durch konstantes Biegemoment My bzw. konstante Normalkraft N

Fig. 4. Single span girder with fork bearing, fixed axis of rotation at the top chord and half sine shaped precurvature loaded by constant bending moment My and constant axial force N

konstanten Normalkraft N und aus einem in Trägerlängsrichtung konstanten Biegemoment My bestehen. Eine positive Normalkraft N ist als Zugkraft definiert. Für das Biegemoment My gilt, daß bei positivem Vorzeichen der Obergurt und bei negativem Vorzeichen der Untergurt gedrückt wird. Als geometrische Ersatzimperfection wird in Übereinstimmung mit den Regelungen im EC 3 [4] und im Normkommentar zu DIN 18800 [6] eine Vorkrümmung v0 als Sinushalbwellenform angesetzt.

Die Differentialgleichung der Verdrehung ϑ zur Beschreibung des vorliegenden Problems mit gebundener Drehachse lautet

$$2 \cdot EI_{\omega} \cdot \vartheta'''' - GI_T \cdot \vartheta'' + c_{\vartheta} \cdot \vartheta - h_S \cdot (M_y \cdot \vartheta')' - \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) \cdot (N \cdot \vartheta')' = m_x - q_y \cdot \frac{h_S}{2} \quad (13)$$

mit

- m_x äußeres Streckentorsionsmoment
- q_y Streckenlast im Schubmittelpunkt des Trägers angreifend

Da im vorliegenden Fall keine äußeren Lasten m_x und q_y angreifen, ergibt sich die rechte Seite von Gl. (13) nur infolge der Vorverformung in Verbindung mit den Schnittgrößen des Trägers. Zur Herleitung dieser Ersatzbelastung infolge Vorverformung ist es erforderlich, die gekoppelten Differentialgleichungen der Verformungen v und ϑ (14) und (15) des vorverformten Trägers mit freier Drehachse zu betrachten. Der Grund dafür liegt darin, daß die geometrische Ersatzimperfection nicht mit den Randbedingungen des Systems verträglich sein muß und folglich auch nicht der bei gebundener Drehachse vorliegenden kinematischen Beziehung zwischen den Verformungen v und ϑ unterliegt:

$$EI_z \cdot v'''' + (M_y \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))'' - (N \cdot (v_0 + v))' = q_y \quad (14)$$

$$EI_{\omega} \cdot \vartheta'''' - GI_T \cdot \vartheta'' + c_{\vartheta} \cdot \vartheta + M_y \cdot (v_0 + v)'' - (N \cdot i_p^2 \cdot (\vartheta_0 + \vartheta))' = m_x \quad (15)$$

Bringt man die Terme, die die Vorverformungen v0 und ϑ0 enthalten, auf die rechte Seite, kann man sie als Ersatzbelastungen infolge Vorverformung behandeln. Die Gln. (16) und (17) gelten für konstante Verläufe der Schnittgrößen My und N:

$$q_{y,0} = -M_y \cdot \vartheta_0'' + N \cdot v_0'' \quad (16)$$

$$m_{x,0} = -M_y \cdot v_0'' + N \cdot i_p^2 \cdot \vartheta_0'' \quad (17)$$

Durch Einsetzen in Gl. (13) erhält man die Differentialgleichung des vorverformten Trägers mit gebundener Drehachse:

$$2 \cdot EI_{\omega} \cdot \vartheta'''' - GI_T \cdot \vartheta'' + c_{\vartheta} \cdot \vartheta - h_S \cdot M_y \cdot \vartheta'' - \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) \cdot N \cdot \vartheta'' = -M_y \cdot v_0'' + N \cdot i_p^2 \cdot \vartheta_0'' + M_y \cdot \frac{h_S}{2} \cdot \vartheta_0'' - N \cdot \frac{h_S}{2} \cdot v_0'' \quad (18)$$

Für den Sonderfall von in Trägerlängsrichtung konstanten Querschnittswerten in Verbindung mit konstanten Schnittgrößen N und My liegt eine Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten vor. Wird als Form der Vorverformung, wie in Bild 4, eine Sinushalbwellenform gewählt, so ergibt sich als exakte Lösung für den Verlauf der Verdrehung ϑ ebenfalls eine mit den Randbedingungen des gabelgelagerten Trägers verträgliche Sinushalbwellenform:

$$\vartheta(x) = \vartheta_m \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (19)$$

Wird als Form der Vorverformung eine quadratische Parabel gewählt, so ist die rechte Seite von Gl. (18) keine Sinushalbwellenform, sondern konstant. Die Lösung für die Verdrehung ϑ weicht in diesem Fall von der Sinushalbwellenform der Gl. (19) ab.

Für die Verdrehung ϑ_m in Feldmitte des Trägers mit Sinushalbwellenform als Form der Vorkrümmung v0 ergibt sich als exakte Lösung:

$$\vartheta_m = \frac{v_{0,m} \cdot \left(N \cdot \frac{h_S}{2} + M_y \right)}{2 \cdot EI_{\omega} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} + GI_T + c_{\vartheta} \cdot \frac{L^2}{\pi^2} + N \cdot \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) + M_y \cdot h_S} \quad (20)$$

Man kann dem Zähler von Gl. (20) entnehmen, daß der Stich der Verdrehung ϑ_m proportional zum Stich der Vorkrümmung v0,m ist. Zugkräfte und Biegemomente mit gezogenem Untergurt verursachen positive Verdrehungen ϑ, wenn die Vorkrümmung v0 in positiver y-Richtung angesetzt wird. Für Druckkräfte und Biegemomente mit gedrücktem Untergurt ergeben sich negative Verdrehungen ϑ.

Bei Betrachtung des Nenners von Gl. (20) erkennt man, daß Zugkräfte oder Biegemomente mit gezogenem Untergurt die Verdrehung ϑ verringern und Druckkräfte oder Biegemomente mit gedrücktem Untergurt die Verdrehung ϑ vergrößern. Dies entspricht der Anschauung, daß Druckspannungen im ungestützten Untergurt des Trägers zu einem Stabilitätsproblem führen, welches durch eine überproportionale Zunahme der Verformungen bei Laststeigerung gekennzeichnet ist.

Auf die sich einstellenden Trägerverdrehungen ϑ wird hier deswegen eingegangen, weil sie einen direkten Einfluß auf die Stabilisierungslasten in der gebundenen Drehachse ausüben. In der durch das EBV-BDK mit Gl. (12a) bereitgestellten Formulierung der Stabilisierungslasten als Produkt von Schnittgrößen bzw. Torsionssteifigkeiten mit den Trägerverformungen bzw. deren Ableitungen lassen sich alle Anteile entweder der geometrischen Ersatzimperfection v_0 oder der elastischen Verformung ϑ zuordnen. Die Stabilisierungslast kann damit gemäß Gl. (21) in einen Imperfektionsanteil und in einen Verformungsanteil aufgespalten werden. Gl. (21) stellt die Anwendung von Gl. (12a) auf den Träger in Bild 4 dar. Sie gilt für gebundene Drehachse am Obergurt, sinusförmige Vorkrümmung und konstante Schnittgrößen M_y und N :

$$q_s = q_{s,v_0} + q_{s,\vartheta} \tag{21}$$

$$q_{s,v_0} = v_{0,m} \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \left(-\frac{N}{2} + \frac{M_y}{h_s}\right) \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \tag{22}$$

$$q_{s,\vartheta} = \vartheta_m \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \left[-N \cdot \left(\frac{i_p^2}{h_s} - \frac{h_s}{4}\right) - \frac{GI_T}{h_s} - \frac{c_\vartheta}{h_s} \cdot \left(\frac{L}{\pi}\right)^2\right] \times \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \tag{23}$$

Die als Stabilisierungsquerkraft Q_s bezeichnete aufintegrierte Stabilisierungslast, die der Schubfeldkraft in einem Schubfeld oder der Querkraft in einem Aussteifungsverband entspricht, ergibt sich durch Integration der Gln. (22) und (23) unter Berücksichtigung der Randbedingungen des gabelgelagerten Trägers:

$$Q_s = Q_{s,v_0} + Q_{s,\vartheta} \tag{24}$$

$$Q_{s,v_0} = v_{0,m} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \left(-\frac{N}{2} + \frac{M_y}{h_s}\right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \tag{25}$$

$$Q_{s,\vartheta} = \vartheta_m \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \left[-N \cdot \left(\frac{i_p^2}{h_s} - \frac{h_s}{4}\right) - \frac{GI_T}{h_s} - \frac{c_\vartheta}{h_s} \cdot \left(\frac{L}{\pi}\right)^2\right] \times \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \tag{26}$$

Mit der Querkraft Q_s kann eine Bemessung der seitlichen Stützkonstruktion erfolgen.

4 Stabilisierungslasten von Trägern mit veränderlichem Schnittgrößenverlauf

Biegeträger werden in der Baupraxis überwiegend durch veränderliche Biegemomentenverläufe beansprucht. Eine geschlossene formelmäßige Lösung der Differentialgleichung des Biegetorsionsproblems wie in Abschn. 3 kann aufgrund der Veränderlichkeit von M_y als Koeffizient in der Differentialgleichung nicht angegeben werden.

Eine Berechnung der Stabilisierungslasten ist deshalb praktisch nur mit Hilfe von Programmen möglich, die in der Lage sind, Probleme nach Theorie II. Ordnung mit Wölbkrafttorsion zu behandeln. Beispielhaft seien hier die Programme DRILL [7], BT II [8], WOELB II [9] und KSTAB 2000 [10] genannt.

Für gabelgelagerte einfeldrige Träger werden in [5] und [11] Näherungslösungen nach der Energiemethode angegeben, welche die Lösung von Matrixgleichungen mit Tabellenkalkulations- oder Taschenrechnerprogrammen erfordern und eine sehr gute Übereinstimmung mit genauen Programmberechnungen nach der Finite-Elemente-Methode liefern.

In diesem Abschnitt soll der Einfluß der planmäßigen Schnittgrößenverläufe und der Drehbettung c_ϑ auf die Stabilisierungslasten eines seitlich gestützten Trägers aufgezeigt werden. Zu diesem Zweck werden die Stabilisierungslasten des Beispiels in Bild 5 mit dem in [5] angegebenen Näherungsverfahren ermittelt. Die Berechnung mit einem der oben angegebenen Programme [7] bis [10] liefert die gleichen Ergebnisse.

Der Verlauf der Stabilisierungslast q_s über die Trägerlänge ist für alle drei untersuchten Lastfälle in Bild 6 dargestellt. Bild 7 zeigt die aus q_s resultierende bemessungsrelevante Querkraft Q_s in der seitlichen Halterung.

Die Beanspruchung der seitlichen Halterung ist für die drei untersuchten Lastfälle sehr unterschiedlich, obwohl in allen Fällen ein gleich großes maximales Biegemoment in Feldmitte vorliegt. Auffällig ist die Tatsache, daß Lastfall 1 mit konstantem Biegemoment die geringsten Stabilisierungslasten verursacht. Die in der Literatur häufig vertretene Ansicht, daß ein veränderlicher Biegemomentenverlauf als Näherung auf der sicheren Seite durch einen konstanten Biegemomentenverlauf mit gleichem Maximalwert ersetzt werden kann, wird mit diesem Beispiel eindeutig widerlegt.

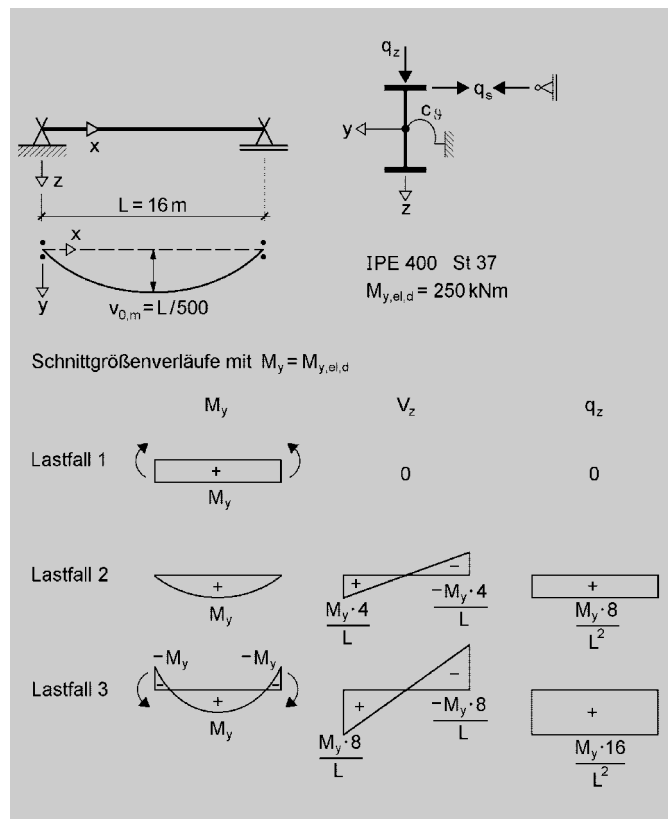


Bild 5. Beispiel zum Einfluß der planmäßigen Schnittgrößenverläufe auf die Stabilisierungslasten

Fig. 5. Example for the influence of the bending moment diagram on the bracing forces

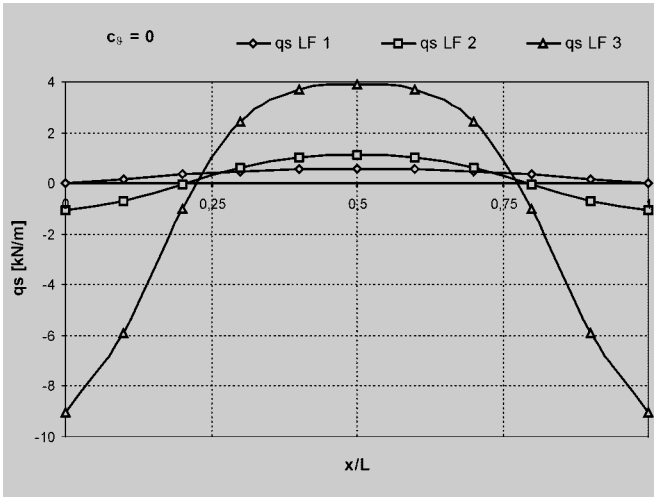


Bild 6. Stabilisierungslasten q_s für drei verschiedene Schnittgrößenverläufe mit gleichem maximalem Biegemoment M_y in Feldmitte

Fig. 6. Bracing forces q_s caused by three different bending moment diagrams with identical maximum value of M_y at midspan

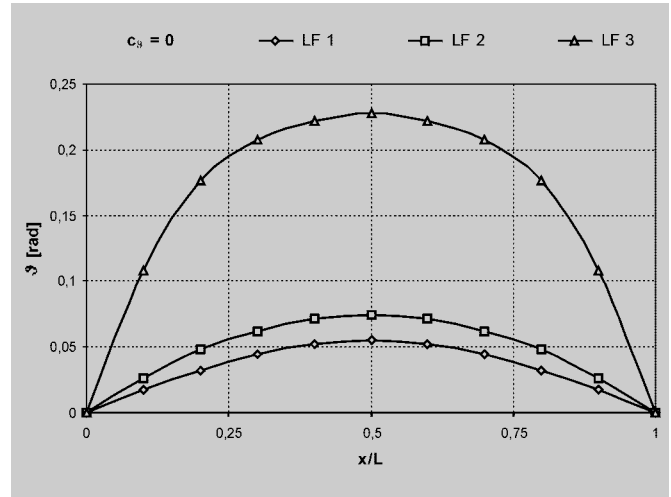


Bild 8. Torsionsverdrehungen ϑ für drei verschiedene Schnittgrößenverläufe mit gleichem maximalem Biegemoment M_y in Feldmitte

Fig. 8. Angle of torsion ϑ caused by three different bending moment diagrams with identical maximum value of M_y at midspan

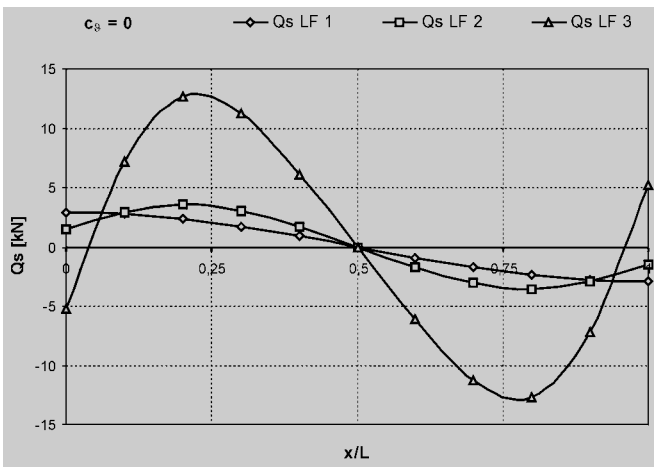


Bild 7. Stabilisierungsquerkräfte Q_s für drei verschiedene Schnittgrößenverläufe mit gleichem maximalem Biegemoment M_y in Feldmitte

Fig. 7. Transverse shear force in the bracing Q_s caused by three different bending moment diagrams with identical maximum value of M_y at midspan

Da die Verdrehung ϑ des stabilisierten Trägers für die Erklärung der auftretenden Stabilisierungslasten eine entscheidende Rolle spielt, ist ihr Verlauf über die Trägerlänge für alle drei untersuchten Lastfälle in Bild 8 dargestellt.

Die Lastfälle 1 und 2 mit durchgehend gehaltenem Druckgurt weisen nur geringe Verdrehungen auf. Der bereichsweise gedrückte freie Untergurt des Trägers im Lastfall 3 führt zu einer spürbaren Vergrößerung der maximalen Verdrehung im Vergleich zu den Lastfällen 1 und 2. Die große Verdrehung im Lastfall 3 ist dadurch zu erklären, daß mit $\eta_{Ki} = 1,38$ ein kleiner Verzweigungslastfaktor vorliegt. In den Lastfällen 1 und 2 ist der Verzweigungslastfaktor η_{Ki} unendlich, da der Druckgurt des stabilisierten Trägers auf der gesamten Länge gehalten ist.

Ein Vergleich der Bilder 6 und 8 offenbart, daß mit steigender Torsionsverdrehung ϑ auch die positive Stabilisierungslast q_s in Feldmitte anwächst. Die Lastfälle 2 und 3 mit veränderlichem Biegemomentenverlauf verursachen negative Stabilisierungslasten q_s in Auflagernähe, welche ebenfalls mit steigender Torsionsverdrehung ϑ anwachsen.

Der Nulldurchgang der Stabilisierungslast q_s markiert jeweils die Stelle der maximalen Querkraft Q_s in der seitlichen Halterung. Für Lastfall 1 liegt das Maximum von Q_s am Auflager, für die anderen beiden Lastfälle etwa in den Viertelpunkten des Trägers.

Eine anschauliche Erklärung der großen Unterschiede zwischen den Stabilisierungslasten der drei verschiedenen Schnittgrößenverläufe gelingt mit der Aufspaltung der Stabilisierungslast q_s in die Anteile der einzelnen Einflußparameter gemäß Gl. (27), welche die Anwendung von Gl. (12a) auf den hier vorliegenden Fall darstellt. Für die Ableitung von Gl. (27) aus Gl. (12a) wird auf [5] verwiesen:

$$q_s = q_{s,v_0} + q_{s,GI_T} + q_{s,v_z} + q_{s,q_z} + q_{s,c_\vartheta} \quad (27)$$

mit

$$q_{s,v_0} = \frac{-M_y}{h_s} \cdot v_0''$$

$$q_{s,GI_T} = \frac{GI_T}{h_s} \cdot \vartheta''$$

$$q_{s,v_z} = -V_z \cdot \vartheta'$$

$$q_{s,q_z} = q_z \cdot \vartheta$$

$$q_{s,c_\vartheta} = \frac{-c_\vartheta}{h_s} \cdot \vartheta$$

Bild 9 zeigt die Aufspaltung der Stabilisierungslast für Lastfall 2 in die einzelnen Anteile gemäß Gl. (27).

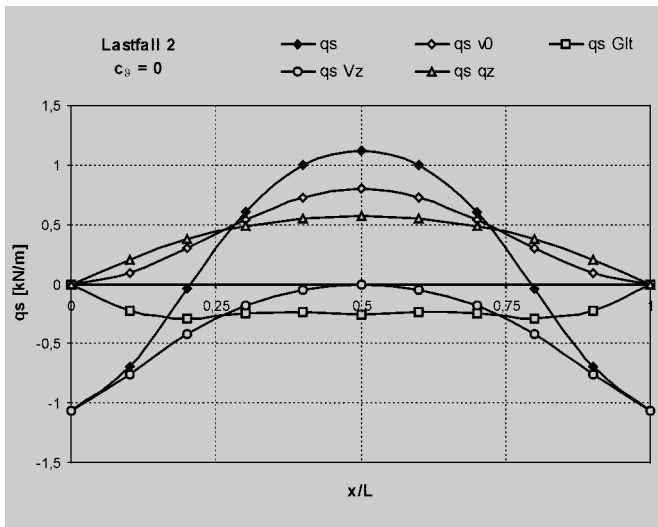


Bild 9. Anteile an der Stabilisierungslast gemäß Gl. (27) für Lastfall 2 ohne Drehbettung

Fig. 9. Portions of bracing forces in the lateral bracing due to eq. (27) for load case 2 without additional torsional bracing of the girder

Mit schwarzem Symbol ist die Stabilisierungslast q_s als Summe der Einzelanteile eingetragen. Die negativen Stabilisierungslasten in Auflagernähe werden durch die Querkraft V_z verursacht. Die positiven Stabilisierungslasten in Feldmitte setzen sich aus den drei Anteilen q_{s,v_0} , q_{s,q_z} und $q_{s,GIT}$ zusammen. Der Anteil q_{s,v_0} als Produkt von Gurnormalkraft und Krümmung der Stabachse entspricht dabei exakt der Stabilisierungslast, die mit dem Druckstabmodell nach Gerold, Petersen oder EC 3 berechnet werden kann. Diese Stabilisierungslast wird durch q_{s,q_z} vergrößert und durch $q_{s,GIT}$ reduziert. Da die Vergrößerung durch die Querlast q_z stärker ausfällt als die Reduzierung durch die Torsionssteifigkeit GIT , liegt das Druckstabmodell für die Berechnung der maximalen Stabilisierungslasten in Feldmitte im vorliegenden Beispiel auf der „unsicheren Seite“.

Bild 10 zeigt die Anteile an der Stabilisierungslast für den Fall, daß zusätzlich eine Drehbettung c_ϑ vorhanden ist. Der Anteil q_{s,v_0} bleibt gegenüber Bild 9 unverändert. Die anderen drei Anteile ändern sich infolge der verminderten Verdrehung ϑ und es tritt zusätzlich ein Anteil q_{s,c_ϑ} auf, welcher die Stabilisierungslast in Feldmitte stark reduziert.

Der Anteil q_{s,v_0} , welcher sehr einfach am Druckstabmodell zu berechnen ist, stellt für Lastfälle mit Gleichstreckenlast q_z immer eine obere Schranke für die tatsächliche Stabilisierungslast q_s dar, wenn die mit der Trägerverdrehung ϑ zusammenhängenden negativen Anteile $q_{s,GIT}$ und q_{s,c_ϑ} betragsmäßig größer sind als der positive Anteil q_{s,q_z} . Da sowohl der die Stabilisierungslast vergrößernde Anteil q_{s,q_z} als auch der die Stabilisierungslast vermindernde Anteil q_{s,c_ϑ} proportional zur Trägerverdrehung ϑ sind, kann unter Vernachlässigung von $q_{s,GIT}$ eine Mindestdrehbettung $\min c_\vartheta$ angegeben werden, für welche q_{s,c_ϑ} betragsmäßig größer als q_{s,q_z} und damit q_{s,v_0} größer als q_s ist:

$$\text{vorh } c_\vartheta > q_z \cdot h_s = \min c_\vartheta \quad (28)$$

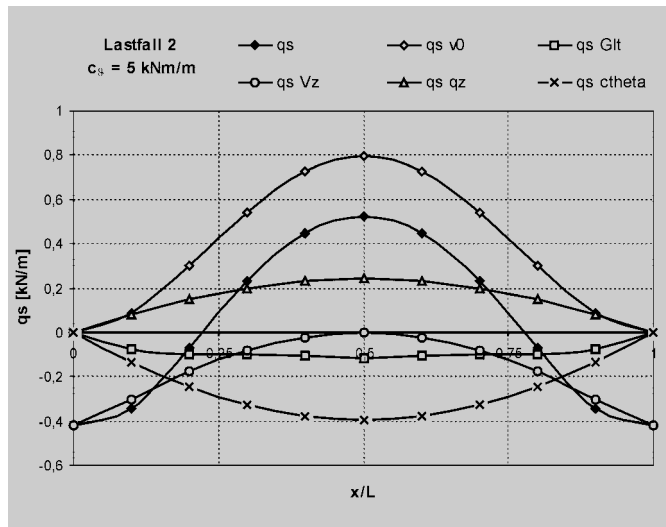


Bild 10. Anteile an der Stabilisierungslast gemäß Gl. (27) für Lastfall 2 mit Drehbettung

Fig. 10. Portions of bracing forces in the lateral bracing due to eq. (27) for load case 2 with additional torsional bracing of the girder

Ist bei Lastfällen mit Randmomenten und Gleichstreckenlast q_z die vorhandene Drehbettung c_ϑ größer als die Mindestdrehbettung gemäß Gl. (28), dann kann die Stabilisierungslast q_s als Näherung auf der „sicheren Seite“ mit Gl. (29) berechnet werden:

$$q_s \leq q_{s,v_0} = \frac{-M_y}{h_s} \cdot v_0'' \quad (29)$$

Bei nachgiebiger seitlicher Stützung wird aus Gl. (29) die Gl. (30):

$$q_s \leq \frac{-M_y}{h_s} \cdot (v_0'' + v_{Gurt}'') \quad (30)$$

Durch den Nachweis des Vorhandenseins einer Mindestdrehbettung gemäß Gl. (28) kann die Berücksichtigung der Verdrehung ϑ des stabilisierten Trägers bei der Berechnung der Stabilisierungslasten entfallen, wodurch der Berechnungsaufwand erheblich reduziert wird. Die Bemessung mit dem Druckstabmodell nach Gerold [2], Petersen [3] oder EC 3 [4] liegt in diesen Fällen zwar auf der „sicheren Seite“, kann aber sehr unwirtschaftlich sein, wie das Beispiel in Abschn. 6 zeigt.

5 Näherungsformeln für Stabilisierungslasten

Ein in der Praxis häufig auftretender Fall sind Träger mit auf dem Obergurt aufliegenden Trapezprofilen oder Pfetten. Trennt man den Träger gedanklich von den im rechten Winkel aufliegenden Bauteilen, so kann deren Wirkung durch eine Gleichstreckenlast q_z , eine Drehbettung c_ϑ und eine seitliche Halterung am Obergurt in Form eines kontinuierlichen Schubfelds (bei Trapezprofilen) oder in Form diskreter Stützstellen (bei Abstützung gegen einen Verband) berücksichtigt werden. Der Träger wird durch die aufliegenden Bauteile also sowohl belastet als auch gestützt.

Die Steifigkeit von Schubfeldern oder Verbänden ist häufig so groß, daß näherungsweise eine gebundene

Drehachse für den Träger am Obergurt vorliegt. Inwiefern sich die Stabilisierungslasten bei diskreter Stützung durch einen Verband von den Stabilisierungslasten bei kontinuierlicher Stützung durch ein Schubfeld unterscheiden, wird in [5] untersucht.

Da Vertikallasten q_z und Horizontallasten q_y durch die am Obergurt angeschlossenen Bauteile auf den Träger übertragen werden, greifen sie in Höhe der gebundenen Drehachse des Trägers an. Die virtuelle Arbeit für diesen Fall des Trägers mit gebundener Drehachse und Lastangriff der Querlasten in Höhe des Obergurtmittelpunkts ist in den Gln. (31) bis (34) angegeben:

$$\delta W = \delta W_e + \delta W_g + \delta W_p \tag{31}$$

$$\delta W_e = - \int_0^L [2 \cdot EI_\omega \cdot \vartheta'' \cdot \delta \vartheta'' + GI_T \cdot \vartheta' \cdot \delta \vartheta' + c_\vartheta \cdot \vartheta \cdot \delta \vartheta] dx \tag{32}$$

$$\delta W_g = - \int_0^L [N \cdot \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) \cdot \vartheta' \cdot \delta \vartheta' + M_y \cdot h_S \cdot \vartheta' \cdot \delta \vartheta'] dx \tag{33}$$

$$\delta W_p = \int_0^L [m_x \cdot \delta \vartheta] dx \tag{34}$$

Da die Querlast q_y keinen Hebelarm bzgl. der gebundenen Drehachse aufweist, entsteht das Streckentorsionsmoment m_x in Gl. (34) nur infolge Vorverformung. Setzt man gemäß Kommentar zu DIN 18800 eine Vorkrümmung v_0 als Sinushalbwellen an, so ergibt sich ein Ersatzstreckentorsionsmoment $m_{x,0}$ gemäß Gl. (35):

$$m_x = m_{x,0} = - \left(M_y + \frac{h_S}{2} \cdot N \right) \cdot v_0'' = \left(M_y + \frac{h_S}{2} \cdot N \right) \cdot v_{0,m} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \tag{35}$$

Die planmäßige Belastung des stabilisierten Trägers ist in Bild 11 angegeben. Die Randmomente $M_{y,R}$ des Trägers können infolge Durchlaufträger- oder Rahmentragwirkung entstehen, wenn der betrachtete gabelgelagerte Einfeldträger aus einem entsprechenden Gesamtsystem gedanklich herausgetrennt wird.

Bild 12 zeigt, wie die Riegel von symmetrischen satteldachförmigen Rahmentragwerken ersatzweise durch das System in Bild 11 abgebildet werden können. Die Beeinflussung des Biegemomentenverlaufs durch die Umlenkung der Riegeleinwärtskraft am First kann näherungsweise durch die in Bild 12 dargestellte Einzellast P_z in Feldmitte berücksichtigt werden.

Die Normalkraft in einem geneigten Rahmenriegel ist nicht konstant. Die Komponente der Gleichstreckenlast q_z in Richtung der Dachneigung bewirkt, daß die Normalkraft an der Traufe N_{Traufe} größer ist als die Normalkraft am First N_{First} . Für das Ersatzsystem gemäß Bild 12 kann das Mittel aus N_{Traufe} und N_{First} als äußere angreifende Normalkraft angesetzt werden.

Beschränkt man die planmäßige Belastung des stabilisierten Trägers auf symmetrische Lastbilder, so können Näherungsformeln für die Stabilisierungslast q_s angegeben werden. Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften und der Koppelung der Verformungen v

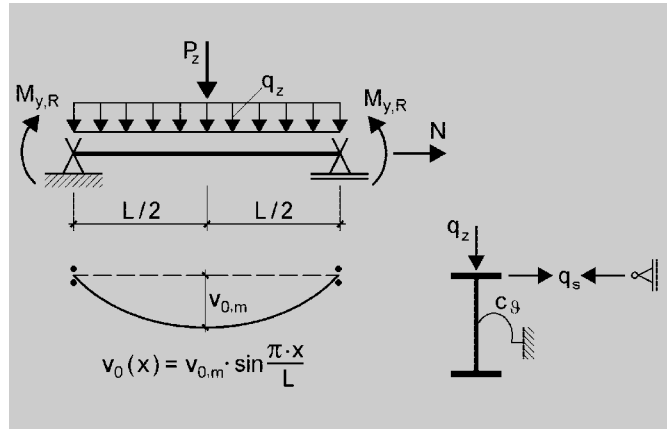


Bild 11. Träger mit Lastangriff und seitlicher Stützung am Obergurt unter symmetrischer Belastung
Fig. 11. Girders with transverse distributed loads and bracing at the top chord under symmetric loading

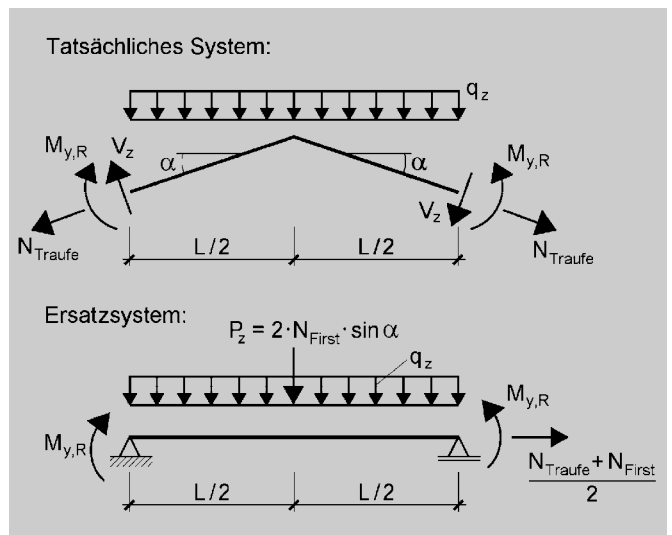


Bild 12. Ersatzweise Berücksichtigung der Dachneigung bei satteldachförmigen Rahmenriegeln
Fig. 12. Equivalent loads to consider the effect of the roof pitch on the internal forces of rafters in pitched roofs

und ϑ bei gebundener Drehachse, läßt sich der Verformungszustand des stabilisierten Trägers in guter Näherung durch einen nur zweiparametrischen Ansatz gemäß Gl. (36) beschreiben. In [5] werden Ansätze mit mehr Parametern verwendet, mit denen auch Träger mit unsymmetrischer Belastung zutreffend berechnet werden können:

$$\vartheta(x) = \vartheta_1 \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} + \vartheta_3 \cdot \sin \frac{3 \cdot \pi \cdot x}{L} \tag{36}$$

Durch Einsetzen von Gl. (36) in die virtuelle Arbeit und Ausführen der Integration erhält man die Matrixgleichung gemäß Bild 13. Die Gln. (37a) und (37b) sind die gesuchten Lösungen dieser Matrixgleichung:

$$\vartheta_1 = \frac{1}{D} \cdot (K_{33} \cdot P_1 - K_{13} \cdot P_3) \tag{37a}$$

$$\vartheta_3 = \frac{1}{D} \cdot (K_{11} \cdot P_3 - K_{13} \cdot P_1) \tag{37b}$$

$$\begin{bmatrix} K_{e,11} & 0 \\ 0 & K_{e,33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{g,11} & K_{g,13} \\ K_{g,13} & K_{g,33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$K_{e,11} = EI_{\omega} \cdot \frac{\pi^4}{L^3} + GI_T \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{L} + c_{\vartheta} \cdot \frac{L}{2}$$

$$K_{e,33} = 81 \cdot EI_{\omega} \cdot \frac{\pi^4}{L^3} + 9 \cdot GI_T \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{L} + c_{\vartheta} \cdot \frac{L}{2}$$

$$K_{g,11} = \left[N \cdot \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) + M_{y,R} \cdot h_S \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{L} + q_z \cdot \frac{L}{2} \cdot h_S \cdot \left(\frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{4} \right) + P_z \cdot h_S \cdot \left(\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \right)$$

$$K_{g,13} = q_z \cdot \frac{L}{2} \cdot h_S \cdot \left(-\frac{15}{16} \right) + P_z \cdot h_S \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)$$

$$K_{g,33} = \left[N \cdot \left(\frac{h_S^2}{4} + i_p^2 \right) + M_{y,R} \cdot h_S \right] \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{\pi^2}{L} + q_z \cdot \frac{L}{2} \cdot h_S \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \pi^2 - \frac{1}{4} \right) + P_z \cdot h_S \cdot \left(\frac{9}{16} \cdot \pi^2 - \frac{1}{4} \right)$$

$$P_1 = v_{0,m} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(N \cdot \frac{h_S}{2} + M_{y,R} \right) \cdot \frac{\pi^2}{L} + q_z \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{12} + \frac{1}{4} \right) + P_z \cdot \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$P_3 = v_{0,m} \cdot \left[q_z \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(-\frac{3}{16} \right) + P_z \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) \right]$$

Bild 13. Matrixgleichung zur Berechnung der Verformungen des Trägers in Bild 11
Fig. 13. Matrix equation to calculate the displacements of the girder in figure 11

mit

$$D = K_{11} \cdot K_{33} - K_{13}^2$$

$$K_{11} = K_{e,11} + K_{g,11}$$

$$K_{13} = K_{g,13}$$

$$K_{33} = K_{e,33} + K_{g,33}$$

Ist der Verformungszustand des zu stabilisierenden Trägers mit den Gln. (37a) und (37b) ermittelt, so kann die Stabilisierungslast q_S mit Gl. (38) berechnet werden, welche die Anwendung von Gl. (12a) auf den Träger in Bild 11 darstellt. Die zugehörige Stabilisierungsquerkraft Q_S ist mit Gl. (39) zu ermitteln. Die Gültigkeit der beiden Gleichungen ist aufgrund des Schnittgrößenverlaufs infolge Einzellast P_z in Feldmitte auf den Bereich $x/L \leq 0,5$ beschränkt:

$$q_S \left(\frac{x}{L} \right) = \left\{ -\frac{N}{2} + \frac{1}{h_S} \cdot \left[M_{y,R} + \frac{q_z \cdot L^2}{2} \times \left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right) + \frac{P_z \cdot L}{2} \cdot \frac{x}{L} \right] \right\} \cdot v_{0,m} \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot S_1 - \left[N \cdot \left(\frac{i_p^2}{h_S} - \frac{h_S}{4} \right) + \frac{GI_T}{h_S} \right] \times \left[\vartheta_1 \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot S_1 + \vartheta_3 \cdot \left(\frac{3 \cdot \pi}{L} \right)^2 \cdot S_3 \right] - \left[\frac{q_z \cdot L}{2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{x}{L} \right) + \frac{P_z}{2} \right] \times \left(\vartheta_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot C_1 + \vartheta_3 \cdot \frac{3 \cdot \pi}{L} \cdot C_3 \right) + \left(q_z - \frac{c_{\vartheta}}{h_S} \right) \cdot \left(\vartheta_1 \cdot S_1 + \vartheta_3 \cdot S_3 \right) \quad (38)$$

mit

$$S_1 = \sin \frac{\pi \cdot x}{L} \quad S_3 = \sin \frac{3 \cdot \pi \cdot x}{L}$$

$$C_1 = \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad C_3 = \cos \frac{3 \cdot \pi \cdot x}{L}$$

$$Q_S \left(\frac{x}{L} \right) = - \left(\frac{N}{2} - \frac{M_{y,R}}{h_S} \right) \cdot v_{0,m} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot C_1 - \frac{q_z \cdot L}{2} \cdot \frac{v_{0,m}}{h_S} \times \left\{ \left[1 - 2 \cdot \frac{x}{L} \right] \cdot S_1 - \pi \cdot \left[\frac{2}{\pi^2} + \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \cdot C_1 \right\} - \frac{P_z}{2} \cdot \frac{v_{0,m}}{h_S} \cdot \left(-1 + S_1 - \frac{\pi \cdot x}{L} \cdot C_1 \right) - \left[N \cdot \left(\frac{i_p^2}{h_S} - \frac{h_S}{4} \right) + \frac{GI_T}{h_S} \right] \times \left(\vartheta_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot C_1 + \vartheta_3 \cdot \frac{3 \cdot \pi}{L} \cdot C_3 \right) + \frac{q_z \cdot L}{2} \times \left\{ \vartheta_1 \cdot \left[\left(1 - 2 \cdot \frac{x}{L} \right) \cdot S_1 - \frac{2}{\pi} \cdot C_1 \right] + \vartheta_3 \cdot \left[\left(1 - 2 \cdot \frac{x}{L} \right) \cdot S_3 - \frac{2}{3 \cdot \pi} \cdot C_3 \right] \right\} + \frac{P_z}{2} \cdot \left[\vartheta_1 \cdot (-1 + S_1) + \vartheta_3 \cdot (1 + S_3) \right] + \left(q_z - \frac{c_{\vartheta}}{h_S} \right) \cdot \left(\vartheta_1 \cdot \frac{L}{\pi} \cdot C_1 + \vartheta_3 \cdot \frac{L}{3 \cdot \pi} \cdot C_3 \right) \quad (39)$$

Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der seitlichen Halterung

Durch Annahme einer unverschieblichen gebundenen Drehachse in der Ebene der seitlichen Stützung werden die Freiwerte zur Beschreibung der Verformungen des stabilisierten Trägers im Vergleich zu einem Träger mit nachgiebiger seitlicher Halterung halbiert. Diese Halbierung der wesentlichen Systemfreiheitsgrade ist ein entscheidender Vorteil bei der Ableitung von Näherungsformeln für die Berechnung von Stabilisierungslasten. Die Nachgiebigkeit einer Obergurthalterung kann bei Erhaltung dieses Vorteils näherungsweise durch den Ansatz einer vergrößerten Vorverformung \bar{v}_0 berücksichtigt werden, welche die seitliche Verformung der nachgiebigen Halterung mit abdeckt. Diese Vorgehensweise wird nachfolgend erläutert.

Ist die kontinuierliche seitliche Halterung des Obergurts nicht unverschieblich sondern schubweich, was auf Trapezprofilschubfelder und näherungsweise auf engmaschige Verbände zutrifft, so wird sich der Obergurt infolge Windlasten q_y und Stabilisierungslasten q_S verschieben. Die Obergurtverformung in y-Richtung infolge Schubweichheit der seitlichen Halterung kann mit Gl. (40) berechnet werden:

$$v_{OG}(x) = \frac{M_S(x)}{S^*} \quad (40)$$

mit

$$M_S(x) = - \int \int [q_y + q_S(x)] dx dx$$

S^* Schubsteifigkeit der Obergurthalterung in [kN]

q_y Gleichstreckenlast in der Obergurtebene an-greifend

Für die Obergurtverformung in Feldmitte wird aus Gl. (40) Gl. (41). Der erste Summand in der Gl. (41) stellt die Obergurtverformung infolge äußerer Gleichstreckenlast q_y dar. Die restlichen Summanden beschreiben die Obergurtverformung infolge Imperfektionsanteil der Stabilisierungslast q_s ($v_{0,m}$) und infolge Verformungsanteil der Stabilisierungslast q_s (ϑ_1, ϑ_3):

$$v_{OG,m} = \frac{1}{S^*} \cdot \left\{ \frac{q_y \cdot L^2}{8} - v_{0,m} \cdot \left[\frac{N}{2} - \frac{1}{h_s} \cdot \left(M_{y,R} + \frac{q_z \cdot L^2}{2} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{6}{\pi^2} - \frac{2}{\pi} \right) + \frac{P_z}{2} \cdot L \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \right) \right] - \left[N \cdot \left(\frac{i_p^2}{h_s} - \frac{h_s}{4} \right) + \frac{GI_T}{h_s} \right] \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_3) - q_z \cdot \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \cdot \left[\vartheta_1 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) - \vartheta_3 \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{P_z}{2} \cdot L \cdot \left[\vartheta_1 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) + \vartheta_3 \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3\pi} \right) \right] + \left(q_z - \frac{c\vartheta}{h_s} \right) \cdot \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \cdot \left(\vartheta_1 - \frac{\vartheta_3}{9} \right) \right\} \quad (41)$$

Man kann zeigen, daß sich diese Obergurtverformung fast ausschließlich aus einer Schwerpunktverschiebung v des Trägers und nur zu einem Bruchteil aus einer Querschnittsverdrehung ϑ zusammensetzt. Dies liegt daran, daß die Torsionssteifigkeit baupraktisch üblicher Träger deutlich größer ist als die Biegesteifigkeit um die schwache Achse. Es kann also näherungsweise unterstellt werden, daß die Obergurtverformung v_{OG} für den Träger eine Schwerpunktverformung v bewirkt, ohne eine Querschnittsverdrehung ϑ zu verursachen. Folglich kann man die Stabilisierungslasten eines Trägers mit kontinuierlicher schubweicher Obergurthalterung näherungsweise dadurch berechnen, daß man anstelle der geometrischen Ersatzimperfektion $v_{0,m}$ die vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ gemäß Gl. (42) ansetzt:

$$\bar{v}_{0,m} = v_{0,m} + v_{OG,m} \quad (42)$$

Es wird also ersatzweise ein Träger mit gebundener Drehachse berechnet, dessen Vorverformung infolge äußerer Last q_y und Stabilisierungslast q_s vergrößert wird. Diese Vorgehensweise ist in Bild 14 dargestellt.

Die vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ deckt den Einfluß der seitlichen Verformung der nachgiebigen Obergurthalterung $v_{OG,m}$ infolge äußerer Horizontallasten q_y und infolge Stabilisierungslasten q_s ab. Da sich die Obergurtverschiebung $v_{OG,m}$ und die auftretenden Stabilisierungslasten gegenseitig beeinflussen, muß die vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ iterativ berechnet werden, vergleiche dazu das Beispiel in Abschn. 6. Vereinfachend ist es selbstverständlich auch möglich, eine vergrößerte Vorverformung z. B. mit

$$\bar{v}_{0,m} = v_{0,m} + v_{OG,m} = 1,2 \cdot v_{0,m}$$

vorzuschätzen und anschließend mit Gl. (41) zu zeigen, daß die tatsächliche Obergurtverschiebung $v_{OG,m}$ weniger als 20 % von $v_{0,m}$ beträgt.

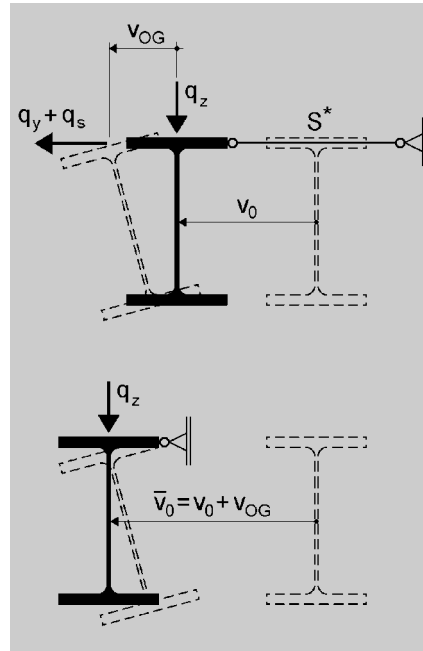


Bild 14. Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Stützkonstruktion am Obergurt durch Ansatz einer vergrößerten Vorverformung
Fig. 14. Enlarged precurvature to consider the stiffness of the top chord bracing

Vergleich der Näherungsformeln mit FEM-Berechnungen

Anhand von Vergleichsberechnungen mit dem FEM-Programm BT II [8] wird die Güte der Näherungsformeln für die Stabilisierungslast q_s , Gl. (38), und die Stabilisierungsquerkraft Q_s , Gl. (39), beurteilt. Grundlage der untersuchten Beispiele ist das System in Bild 11 mit einem Stich der Vorkrümmung von $v_{0,m} = L/500$.

Durch eine Serie von Testbeispielen soll die Eignung der Näherungsformeln für die bei Durchlaufträgern oder Rahmenriegeln auftretenden Biegemomentenverläufe mit wechselndem Vorzeichen belegt werden. Die in der Baupraxis aus Gründen der Wirtschaftlichkeit angestrebte Ausnutzung der Querschnittstragfähigkeit der stabilisierten Träger ist bei Obergurtstützung und bereichsweise negativer Biegemomentenbeanspruchung in der Regel nur bei Berücksichtigung einer Drehbettung möglich. Um zu einer Auswahl realistischer Testbeispiele zu gelangen, wird deshalb eine Mindestdrehbettung gemäß Gl. (8) in Element (309) der DIN 18800 Teil 2 [12] angesetzt:

$$c_{\vartheta,k} = \frac{M_{pl,k}^2}{EI_{z,k}} \cdot k_{\vartheta} \cdot k_v \quad (43)$$

mit

- $c_{\vartheta,k}$ Mindestdrehbettung, für die ein Biegedrillknicknachweis entfallen kann
- $k_{\vartheta} = 0,23$ für gebundene Drehachse am Obergurt und Momentenverlauf gemäß Zeile 2b in Tabelle 6 der DIN 18800 Teil 2
- $k_v = 0,35$ bei Ausnutzung der elastischen Querschnittstragfähigkeit
- $k_v = 1,0$ bei Ausnutzung der plastischen Querschnittstragfähigkeit

Tabelle 1. Vergleich der Stabilisierungslasten aus den Näherungsformeln Gln. (38) und (39) mit FEM-Berechnungen für verschiedene Profile mit Schlankheit $L/h = 50$ bei Belastung durch Gleichstreckenlast q_z und negative Randmomente**Table 1.** Comparison of the bracing forces calculated using the approximate formulas eq. (38) and (39) with Finite-Element-Method results for several examples with slenderness $L/h = 50$, distributed load q_z , negative end moments and different sections

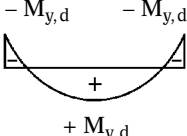
	$M_{y,d}$ [kNm]	$c_{\vartheta,k}$ [kNm/m]	max q_s [kN/m]		Abweichung [%]	max Q_s [kN]		Abweichung [%]
			Näherung	FEM		Näherung	FEM	
IPE 200								
St 37 elastisch	42,33	0,76	0,54	0,51	+5,9	0,81	0,82	-1,2
St 37 plastisch	48,14	2,16	0,37	0,36	+2,8	0,53	0,52	+1,9
St 52 elastisch	63,49	1,70	0,71	0,68	+4,4	1,07	1,11	-3,6
St 52 plastisch	72,21	4,87	0,44	0,43	+2,3	0,62	0,61	+1,6
IPE 400								
St 37 elastisch	252,22	2,86	0,80	0,76	+5,3	2,44	2,57	-5,0
St 37 plastisch	285,20	8,18	0,49	0,47	+4,3	1,39	1,38	+0,7
St 52 elastisch	378,33	6,44	0,95	0,91	+4,4	2,88	3,02	-4,6
St 52 plastisch	427,80	18,40	0,57	0,56	+1,8	1,57	1,56	+0,6
IPE 600								
St 37 elastisch	669,60	8,04	0,70	0,67	+4,5	3,17	3,24	-2,2
St 37 plastisch	766,34	22,98	0,43	0,43	0,0	1,79	1,78	+0,6
St 52 elastisch	1004,40	18,10	0,82	0,79	+3,8	3,55	3,50	+1,4
St 52 plastisch	1149,51	51,70	0,49	0,51	-3,9	1,98	1,99	-0,5

Tabelle 1 dient als Übersicht über die betrachteten Beispiele für den Biegemomentenverlauf mit betragsmäßig gleich großen Feld- und Stützmomenten. Untersucht werden drei Profile der IPE-Reihe mit einer Trägerschlankheit von $L/h = 50$, wobei jeweils vier Varianten mit Ausnutzung der elastischen und der plastischen Querschnittstragfähigkeit für die Werkstoffgüten St 37 und St 52 berechnet werden.

In der zweiten Spalte der Tabelle 1 sind die als Belastung angesetzten elastischen und plastischen Grenzbiegemomente angegeben. Der dritten Spalte ist die angesetzte Drehbettung gemäß Gl. (43) zu entnehmen, welche nach Element (309) der DIN 18800 Teil 2 erforderlich ist, um keine Abminderung der Grenzbiegemomente infolge Stabilitätseinfluß vornehmen zu müssen.

Ein Vergleich der maximalen Stabilisierungslast q_s gemäß Gl. (38) und der maximalen Stabilisierungsquerkraft Q_s gemäß Gl. (39) mit den genauen Ergebnissen aus einer FEM-Berechnung zeigt maximale relative Abweichungen von 6 % zur sicheren Seite und von 5 % zur unsicheren Seite, was im Hinblick auf eine Bemessung der Stabilisierungskonstruktion mit den Beanspruchungen aus der Näherungslösung als tolerabel beurteilt wird. Weitere Testbeispiele ohne Drehbettung und mit abweichendem Biegemomentenverlauf werden in [5] untersucht.

Zusammenfassend kann die Bemessung von Stabilisierungsstrukturen mit den in diesem Abschnitt angegebenen Näherungsformeln für Stabilisierungslasten empfohlen werden. Die Berücksichtigung des vorliegenden Biegetorsionsproblems nach Theorie II. Ordnung mit Wölbkrafttorsion stellt eine entscheidende Verbesserung der praxisüblichen Näherungsverfahren zur Berechnung von Stabilisierungslasten dar, welche den Druckgurt der stabilisierten Träger ersatzweise als Druckstab behandeln.

6 Beispiel zur Bemessung eines Dachverbandes

Anhand des in Bild 15 dargestellten Beispiels für einen typischen Dachverband einer Stahlhalle soll die Anwendung der Näherungsformeln für die Bemessung von Stabilisierungsstrukturen gezeigt werden. Der untersuchte Dachverband dient zur Aufnahme äußerer Windlasten und zur Stabilisierung mehrerer Rahmenriegel, die durch Drucknormalkräfte, negative Stützmomente und Gleichstreckenlasten beansprucht werden. Sämtliche Beanspruchungen sind γ_M -fache Bemessungswerte. Geometrie und Querschnitte der untersuchten Konstruktion sind Bild 15 zu entnehmen.

Die Ermittlung der Beanspruchung des Dachverbandes erfolgt mit zwei verschiedenen Berechnungsmodellen:

- Standardverfahren nach Gerold [2], Petersen [3] oder EC 3 [4] (Modell: Druckstab)
- Näherungsformeln aus Abschn. 5 (Modell: Biegedrillknickgefährdeter Träger).

Modell: Druckstab

Das Druckstabmodell behandelt die Obergurte der Rahmenriegel als Druckstäbe mit konstanter Druckkraft N_{Gurt} :

$$N_{\text{Gurt}} = \frac{M_{y,m}}{h_s} - \frac{N}{2} = \frac{250}{0,3865} + 25 = 672 \text{ kN}$$

mit

$$M_{y,m} = M_{y,R} + \frac{q_z \cdot L^2}{8} = -250 + \frac{10 \cdot 20^2}{8} = +250 \text{ kNm}$$

$$h_s = h - t_g = 40 - 1,35 = 38,65 \text{ cm}$$

Die Schubsteifigkeit des Dachverbandes kann z. B. nach Roik [13], Seite 163, berechnet werden. Der Dachver-

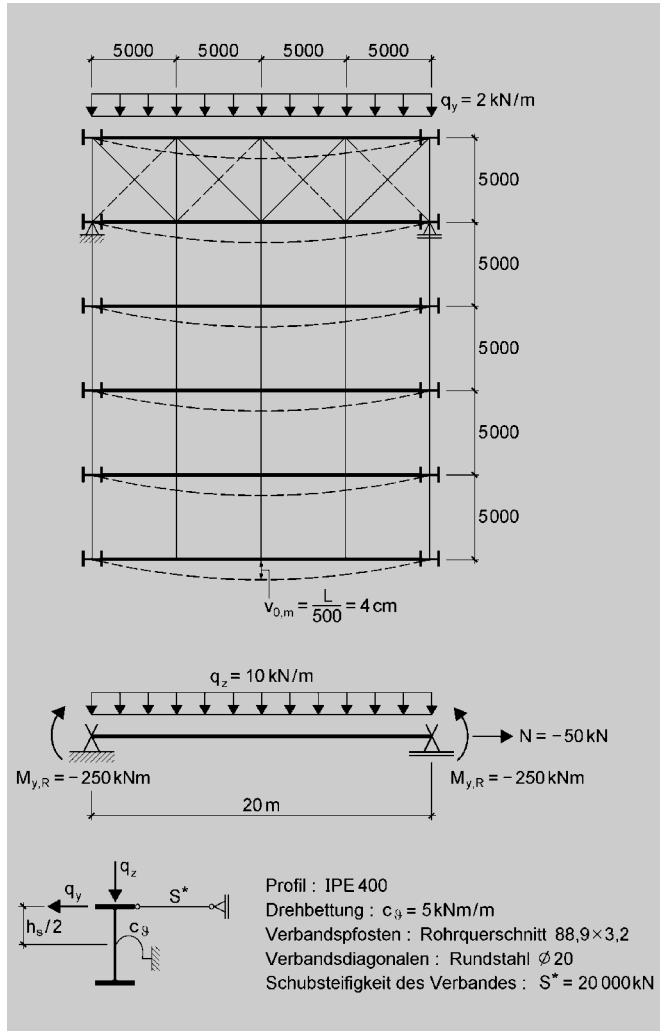


Bild 15. Statisches System, planmäßige Lasten und geometrische Ersatzimperfectionen
Fig. 15. Example for bracing in the roof plane with loading and imperfections

band mit der Schubsteifigkeit $S^* = 20\,000$ kN dient zur Stabilisierung von $i = 5$ Rahmenriegeln. Die beiden äußeren Rahmenriegel weisen nur die halbe Lasteinzugsfläche auf und werden zusammen als ein Rahmenriegel behandelt. Der Vergrößerungsfaktor α zur Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung berechnet sich nach Gerold [2] bzw. Petersen [3] deshalb zu

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{i \cdot N_{\text{Gurt}}}{N_{\text{Ki}}^*}} = \frac{1}{1 - \frac{5 \cdot 672}{20\,000}} = 1,202$$

mit $N_{\text{Ki}}^* = S^* = 20\,000$ kN = Verzweigungslast des Verbands als schubweicher Druckstab

Die auf den Dachverband wirkende Stabilisierungslast setzt sich aus einem Anteil infolge Vorkrümmung v_0 und aus einem Anteil infolge Verformung unter äußeren Windlasten q_y zusammen. Die Auswirkung der Verformung unter Windlasten q_y wird dadurch berücksichtigt, daß sowohl die Stabilisierungslasten infolge Vorkrümmung v_0 als auch die Windlasten mit dem Vergrößerungsfaktor α multipliziert werden:

$$q_{S,m} = v_{0,m} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot i \cdot N_{\text{Gurt}} = 0,04 \cdot \frac{\pi^2}{20^2} \cdot 5 \cdot 672 = 3,32 \text{ kN/m}$$

Die maximale Verbandsquerkraft ergibt sich sowohl infolge konstanter Windlast als auch infolge sinusförmig verteilter Stabilisierungslast an den Auflagern des Dachverbands:

$$\begin{aligned} \max Q_{\text{Verband}} &= \alpha \cdot \left(\frac{q_y \cdot L}{2} + \frac{q_{S,m} \cdot L}{\pi} \right) \\ &= 1,202 \cdot \left(\frac{2,0 \cdot 20}{2} + \frac{3,32 \cdot 20}{\pi} \right) = 49,4 \text{ kN} \end{aligned}$$

Modell: Biegedrillknickgefährdeter Träger

Für die Anwendung der das räumliche Biegetorsionsproblem beschreibenden Näherungsformeln aus Abschn. 5 wird nur ein zu stabilisierender Rahmenriegel mit anteiliger Schubsteifigkeit des aussteifenden Verbands und anteiliger Windlast betrachtet:

$$S^* = \frac{S^*}{i} = \frac{20\,000}{5} = 4\,000 \text{ kN}$$

$$q_y = \frac{q_y}{i} = \frac{2,0}{5} = 0,4 \text{ kN/m}$$

Die Berechnung des Verformungszustands der stabilisierten Rahmenriegel erfolgt iterativ, da die seitliche Stützung durch den Dachverband elastisch verschieblich ist, die Gln. (37a) und (37b) zur Ermittlung der Torsionsverdrehung ϑ aber nur für eine unverschiebliche seitliche Stützung gelten. Die Lösung dieses Problems ist der Ansatz einer vergrößerten Vorverformung $v_{0,m}$ bei der Berechnung der Rahmenriegel als Träger mit unverschieblicher seitlicher Stützung. Die vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ berechnet sich gemäß Gl. (42) als Summe aus der geometrischen Ersatzimperfection $v_{0,m}$ und aus der Verschiebung des Dachverbands unter Wind- und Stabilisierungslasten. Da die Verschiebung des Dachverbands infolge Stabilisierungslasten zu Beginn der Berechnung noch nicht bekannt ist, erfolgt eine iterative Vergrößerung der Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$.

Im ersten Berechnungsschritt wird die Verformung des Dachverbands unter äußeren Windlasten ermittelt:

$$v_{OG,m} = \frac{1}{S^*} \cdot \frac{q_y \cdot L^2}{8} = \frac{1}{4\,000} \cdot \frac{0,004 \cdot 2\,000^2}{8} = 0,5 \text{ cm}$$

Als vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ ergibt sich damit gemäß Gl. (42):

$$\bar{v}_{0,m} = v_{0,m} + v_{OG,m} = 4,0 + 0,5 = 4,5 \text{ cm}$$

Die Berechnung der Torsionsverdrehung ϑ der stabilisierten Rahmenriegel erfolgt mit den Gln. (37a) und (37b). Dazu werden folgende Eingangswerte benötigt.

- E = 21 000 kN/cm²
- G = 8 100 kN/cm²
- I_T = 51,08 cm⁴
- I_ω = 490 048 cm⁶
- h_S = 38,65 cm
- i_p² = 289,4 cm²
- L = 2 000 cm

$$\begin{aligned}c_{\vartheta} &= 5 \text{ kNm/m} \\ N &= -50 \text{ kN} \\ M_{y,R} &= -25\,000 \text{ kNcm} \\ q_z &= 0,1 \text{ kN/cm}\end{aligned}$$

Mit diesen Werten ergeben sich die Koeffizienten und die Determinante der 2×2 -Steifigkeitsmatrix zur Bestimmung der gesuchten Freiwerte ϑ_1 und ϑ_3 .

$$K_{11} = K_{e,11} + K_{g,11} = 5\,892,864 \text{ kNcm}$$

$$K_{13} = K_{g,13} = -3\,623,44 \text{ kNcm}$$

$$K_{33} = K_{e,33} + K_{g,33} = 29\,787,72 \text{ kNcm}$$

$$D = K_{11} \cdot K_{33} - K_{13}^2 = 1,62 \cdot 10^8 \text{ (kNcm)}^2$$

Die Koeffizienten des Lastvektors werden mit der vergrößerten Vorverformung $\bar{v}_{0,m} = 4,5 \text{ cm}$ berechnet.

$$P_1 = 194,299 \text{ kNcm}$$

$$P_3 = -84,375 \text{ kNcm}$$

Mit Gln. (37a) und (37b) erhält man

$$\vartheta_1 = \frac{1}{D} \cdot (K_{33} \cdot P_1 - K_{13} \cdot P_3) = 0,03375 \text{ rad}$$

$$\vartheta_3 = \frac{1}{D} \cdot (K_{11} \cdot P_3 - K_{13} \cdot P_1) = 0,00127 \text{ rad}$$

Die Torsionsverdrehung ϑ der Rahmenriegel verursacht Stabilisierungslasten, welche die Verformung des Dachverbands aus äußeren Windlasten noch vergrößern. Die Obergurtverschiebung der Rahmenriegel infolge Wind- und Stabilisierungslasten wird mit Gl. (41) berechnet.

Mit

$$\bar{v}_{0,m} = 4,5 \text{ cm}$$

$$\vartheta_1 = 0,03375 \text{ rad}$$

$$\vartheta_3 = 0,00127 \text{ rad}$$

ergibt sich $v_{OG,m} = 0,8 \text{ cm}$.

In einem zweiten Iterationsschritt wird eine neue vergrößerte Vorverformung $\bar{v}_{0,m}$ ermittelt.

$$\bar{v}_{0,m} = v_{0,m} + v_{OG,m} = 4,0 + 0,8 = 4,8 \text{ cm}$$

Damit ändern sich auch die Koeffizienten des Lastvektors.

$$P_1 = 207,252 \text{ kNcm}$$

$$P_3 = -90,000 \text{ kNcm}$$

Die erneute Auswertung der Gln. (37a) und (37b) ergibt

$$\vartheta_1 = 0,03601 \text{ rad}$$

$$\vartheta_3 = 0,00136 \text{ rad}$$

Die im Vergleich zum ersten Iterationsschritt vergrößerte Torsionsverdrehung bewirkt eine Zunahme der Stabilisierungslasten und dadurch auch eine erneute Vergrößerung der Obergurtverschiebung gemäß Gl. (41).

Mit

$$\bar{v}_{0,m} = 4,8 \text{ cm}$$

$$\vartheta_1 = 0,03601 \text{ rad}$$

$$\vartheta_3 = 0,00136 \text{ rad}$$

ergibt sich bei Vernachlässigung von Verformungszuwächsen von weniger als 1 mm aber wieder der Wert $v_{OG,m} = 0,8 \text{ cm}$, so daß die iterative Ermittlung des Verformungszustands bereits nach dem zweiten Iterationsschritt abgebrochen werden kann.

Durch Einsetzen der Größen $\bar{v}_{0,m}$, ϑ_1 und ϑ_3 in die Gln. (38) und (39) werden die Stabilisierungslast q_s und die Verbandsquerkraft infolge Stabilisierung Q_s ermittelt.

Die Ergebnisse einer Auswertung der Gln. (38) und (39) in den Zehntelpunkten der Stützweite L sind in Tabelle 2 angegeben.

Zur Beurteilung der Güte der Näherungsformeln wird die Beanspruchung des Schubfeldes auch mit dem Matrizenverfahren nach *Friemann/Stroetmann* [11] und mit dem FEM-Programm KSTAB 2000 [10] berechnet. In beiden Fällen wird die Schubfeldkraft Q_{S^*} aus dem Produkt von Schubfeldsteifigkeit S^* und Gleitwinkel in Höhe des Schubfeldes v'_{S^*} berechnet:

$$Q_{S^*} = S^* \cdot v'_{S^*} = S^* \cdot (v' - z_{S^*} \cdot \vartheta')$$

Den Ergebnissen des Matrizenverfahrens nach *Friemann/Stroetmann* [11] liegt ein Ansatz mit sechs freien Parametern zur Beschreibung der Verformungen des stabilisierten Trägers zugrunde:

$$\vartheta(x) = \vartheta_1 \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} + \vartheta_3 \cdot \sin \frac{3 \cdot \pi \cdot x}{L} + \vartheta_5 \cdot \sin \frac{5 \cdot \pi \cdot x}{L}$$

$$v(x) = v_1 \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L} + v_3 \cdot \sin \frac{3 \cdot \pi \cdot x}{L} + v_5 \cdot \sin \frac{5 \cdot \pi \cdot x}{L}$$

Zur Bestimmung der sechs freien Parameter muß deshalb ein 6×6 -Gleichungssystem mit Hilfe von Taschenrechner- oder Tabellenkalkulationsprogrammen gelöst werden.

Tabelle 2. Beanspruchung des Dachverbands durch Windlasten q_y und Stabilisierungslasten q_s

Table 2. Loading of the roof bracing by wind loads q_y and bracing forces q_s

$\xi = \frac{x}{L}$ [-]	x [cm]	q_y [kN/m]	q_s [kN/m]	$q_y + q_s$ [kN/m]	Q_y [kN]	Q_s [kN]	$Q_y + Q_s$ [kN]
0	0	0,4	-0,630	-0,230	4,00	-0,47	3,53
0,1	200	0,4	-0,610	-0,210	3,20	0,84	4,04
0,2	400	0,4	-0,273	0,127	2,40	1,76	4,16
0,3	600	0,4	0,162	0,562	1,60	1,87	3,47
0,4	800	0,4	0,503	0,903	0,80	1,18	1,98
0,5	1000	0,4	0,630	1,030	0,00	0,00	0,00

Tabelle 3. Vergleich der Ergebnisse nach Gl. (39) mit dem Matrizenverfahren nach *Friemann/Stroetmann* [11] und einer FEM-Berechnung mit dem Programm KSTAB 2000 [10]

Table 3. Comparison of the results of eq. (39) with the results of the matrix method of *Friemann/Stroetmann* [11] and Finite-Element-Method calculations using the program KSTAB 2000 [10]

$\xi = \frac{x}{L}$ [-]	x [cm]	$Q_y + Q_S$ [kN]	Q_{S^*} [11] [kN]	Q_{S^*} [10] [kN]
0	0	3,53	3,70	3,58
0,1	200	4,04	3,95	4,02
0,2	400	4,16	4,13	4,11
0,3	600	3,47	3,44	3,40
0,4	800	1,98	1,90	1,93
0,5	1000	0,00	0,00	0,00

Das FEM-Programm KSTAB 2000 verwendet kubische *Hermitesche* Interpolationspolynome der Ordnung $2 \cdot \alpha = 4$, um die Verformungen des stabilisierten Trägers zu approximieren. Eine Gegenüberstellung der Schubfeldkraftverläufe, die mit den unterschiedlichen Berechnungsverfahren ermittelt wurden, erfolgt in Tabelle 3. Sowohl die Ergebnisse des Matrizenverfahrens nach *Friemann/Stroetmann* [11] als auch die Ergebnisse der Auswertung von Gl. (39) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der FEM-Berechnung.

Für die Bemessung des Dachverbands sind die Beanspruchungen aus Windlasten q_y und aus Stabilisierungslasten q_S zu überlagern. In Feldmitte wirkt die Stabilisierungslast in Richtung der Windlast, am Auflager wirkt sie entgegengesetzt. Die maximale Querkraft im Dachverband tritt etwa bei $x = 4$ m auf. Für die volle Windlast und $i = 5$ zu stabilisierende Rahmenriegel erhält man

$$\max Q_{\text{Verband}} = i \cdot (Q_y + Q_S) = 5 \cdot 4,16 = 20,8 \text{ kN}$$

Das Anschlußmoment m_{ϑ} zwischen den Rahmenriegeln und der als Drehbettung wirkenden Dacheindeckung ergibt sich aus dem Produkt der maximalen Torsionsverdrehung $\max \vartheta$ mit der Federsteifigkeit c_{ϑ} .

$$\begin{aligned} \max \vartheta &= \vartheta_1 - \vartheta_3 = 0,036 - 0,001 = 0,035 \text{ rad} \\ m_{\vartheta} &= \max \vartheta \cdot c_{\vartheta} = 0,035 \cdot 5 = 0,175 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Diese Beanspruchung ist deutlich kleiner als das Kontaktmoment m_k , welches durch das Auswandern der Auflast q_z auf die Gurtkante bei einer Verdrehung des Querschnitts übertragen werden kann:

$$m_k = q_z \cdot \frac{b}{2} = 10 \cdot \frac{0,18}{2} = 0,90 \text{ kNm/m}$$

Die Verbindungsmittel zwischen Rahmenriegel und Dacheindeckung brauchen deshalb nicht für die Übertragung des Anschlußmoments m_{ϑ} nachgewiesen werden.

Bemessung des Dachverbands

Die maßgebende Beanspruchung der Verbandspfosten und Verbandsdiagonalen ergibt sich aus der maximalen Verbandsquerkraft.

$$\begin{aligned} \text{Pfosten:} \quad \max N_P &= \max Q_{\text{Verband}} \\ \text{Diagonalen:} \quad \max N_D &= \sqrt{2} \cdot \max Q_{\text{Verband}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Modell: Druckstab} \\ \max N_P &= 49,4 \text{ kN} \\ \max N_D &= \sqrt{2} \cdot 49,4 = 69,9 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Modell: Biegedrillknickgefährdeter Träger} \\ \max N_P &= 20,8 \text{ kN} \\ \max N_D &= \sqrt{2} \cdot 20,8 = 29,4 \text{ kN} \end{aligned}$$

Beanspruchbarkeit der Verbandspfosten:
Rohrquerschnitt $88,9 \times 3,2$, St 37, Knickspannungskurve a

$$A = 8,62 \text{ cm}^2, i = 3,03 \text{ cm}$$

$$\lambda_K = \frac{S_K}{i} = \frac{500}{3,03} = 165,0$$

$$\bar{\lambda}_K = \frac{\lambda_K}{\lambda_a} = \frac{165,0}{92,9} = 1,78 \Rightarrow \kappa = 0,276$$

$$\text{grenz } N_P = \kappa \cdot A \cdot f_{y,k} = 0,276 \cdot 8,62 \cdot 24 = 57,1 \text{ kN}$$

Beanspruchbarkeit der Verbandsdiagonalen:
Rundstahl $\varnothing 20$ als Gewindestange 4.6

$$A_{\text{sch}} = 3,14 \text{ cm}^2, A_{\text{sp}} = 2,45 \text{ cm}^2$$

$$\text{grenz } N_D = A_{\text{sp}} \cdot f_{y,k} / 1,1 = 2,45 \cdot 24 / 1,1 = 53,5 \text{ kN}$$

Ausnutzung der gewählten Querschnitte:
Modell: Druckstab

$$\frac{\max N_P}{\text{grenz } N_P} = \frac{49,4}{57,1} = 0,87$$

$$\frac{\max N_D}{\text{grenz } N_D} = \frac{69,9}{53,5} = 1,31 > 1$$

Modell: Biegedrillknickgefährdeter Träger

$$\frac{\max N_P}{\text{grenz } N_P} = \frac{20,8}{57,1} = 0,36$$

$$\frac{\max N_D}{\text{grenz } N_D} = \frac{29,4}{53,5} = 0,55$$

Die Unterschiede in der Beanspruchung des Dachverbands infolge Stabilisierung der Rahmenriegel bei einer Berechnung am Druckstabmodell im Vergleich zu einer Berechnung am räumlichen Modell des biegedrillknickgefährdeten Trägers sind sehr groß. Durch die Ermittlung der Stabilisierungslasten mit dem Standardverfahren nach *Gerold, Petersen* oder EC 3 wird die Beanspruchung des Dachverbands im vorliegenden Beispiel deutlich überschätzt. Eine ausreichende Tragfähigkeit der Verbandsdiagonalen kann mit dem vereinfachten Druckstabmodell nicht nachgewiesen werden. Eine genauere Berechnung des vorliegenden räumlichen Biegetorsionsproblems zeigt aber, daß der Dachverband ausreichend dimensioniert ist.

Dabei ist zu beachten, daß eine ausreichende Sicherheit der seitlich gestützten Rahmenriegel gegen Biegedrillknicken nur durch die zusätzlich vorhandene Drehbettung gegeben ist. Der mit dem Programm KSTAB 2000 [10] berechnete Verzweigungslastfaktor des vorliegenden Beispiels mit Drehbettung $c_{\vartheta} = 5 \text{ kNm/m}$ beträgt $\eta_{Ki} = 2,26$. Ohne diese Drehbettung, also nur mit seitlicher Stützung, ergibt sich $\eta_{Ki} = 0,93$. Die angreifenden Lasten sind in diesem Fall größer als die ideale Verzweigungslast der biegedrillknickgefährdeten Rahmenriegel, welche ohne zusätzliche Drehbettung nicht ausreichend dimensioniert sind.

Die Stabilitätsgefährdung der Rahmenriegel kann durch das Druckstabmodell nicht zutreffend beurteilt werden, da die Torsionsverdrehung ϑ durch das seitliche Ausweichen des bereichsweise gedrückten, nicht gestützten Untergurts im Modell nicht berücksichtigt wird. Bei Anwendung der Näherungsformeln aus Abschn. 5 wird die Biegedrillknickgefährdung der Rahmenriegel ohne Drehbettung dadurch erkannt, daß sehr große Torsionsverdrehungen $\vartheta > 1 \text{ rad}$ auftreten und die iterative Berechnung der vergrößerten Vorverformung \bar{v}_0 nicht konvergiert sondern divergiert.

Eine Bemessung von Verbänden zur Stabilisierung biegedrillknickgefährdeter Träger mit dem Druckstabmodell nach Gerold, Petersen oder EC 3 liegt aber dann auf der „sicheren Seite“, wenn eine Mindestdrehbettung gemäß Gl. (28) vorhanden ist. Im vorliegenden Beispiel ist

$$\begin{aligned} \text{vorh } c_{\vartheta} &= 5 \text{ kNm/m} > \min c_{\vartheta} \\ &= q_z \cdot h_S = 10 \cdot 0,3865 = 3,865 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Die Anwendung des Druckstabmodells liegt damit zwar auf der „sicheren Seite“, ist aber im vorliegenden Fall sehr unwirtschaftlich.

Literatur

- [1] Kindmann, R., Krahwinkel, M.: Stahl- und Verbundkonstruktionen. Stuttgart: Teubner-Verlag 1999.
- [2] Gerold, W.: Zur Frage der Beanspruchung von stabilisierenden Verbänden und Trägern. Stahlbau 32 (1963), H. 9, S. 278–281.
- [3] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, 2. Auflage. Braunschweig: Vieweg-Verlag 1982.
- [4] DIN V ENV 1993, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1 (04.93): Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau.
- [5] Krahwinkel, M.: Zur Beanspruchung stabilisierender Konstruktionen im Stahlbau. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4 Bauingenieurwesen, Nr. 166. Düsseldorf: VDI-Verlag 2001.
- [6] Lindner, J., Scheer, J., Schmidt, H. (Hrsg.): Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis 4, 3. Auflage. Berlin: Verlag Ernst & Sohn und Beuth-Verlag 1998.
- [7] Friemann, H.: Programm DRILL. TU Darmstadt, Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik, Darmstadt, 1999.
- [8] Osterrieder, P.: Programm BT II. Ingenieurbüro Friedrich und Lochner, Stuttgart, 1998.
- [9] Beverungen, G.: Programm WOELB II. Ingenieurbüro für Bauwesen Finke und Beverungen, Bielefeld, und Stahlbau Software Frauendorfer, Aichach, 2000.
- [10] Kindmann, R., Laumann, J.: Programm KSTAB 2000. Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau, Ruhr-Universität Bochum, 2001.
- [11] Friemann, H., Stroetmann, R.: Zum Nachweis gesteifer biegedrillknickgefährdeter Träger. Stahlbau 67 (1998), H. 12, S. 936–955.
- [12] DIN 18800 (11.90) Stahlbauten: Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Teil 2: Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken.
- [13] Roik, K.: Vorlesungen über Stahlbau, Grundlagen. 2. Auflage. Berlin: Verlag Ernst & Sohn 1983.

Autoren dieses Beitrages:

Prof. Dr.-Ing. Rolf Kindmann und Dr.-Ing. Manuel Krahwinkel, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau, 44780 Bochum

Ausbildung

Neue interdisziplinäre Studienschwerpunkte an der Universität Kaiserslautern

Mit Beginn des Wintersemesters 2001/2002 startet das Fachgebiet Bauingenieurwesen nach einer intensiven Planungs- und Vorbereitungszeit mit einer neuen Studienstruktur und neuen interdisziplinären Studienschwerpunkten.

Der Kernpunkt der neuen Studienstruktur leitet sich aus einer Dreiteilung des Studiums mit korrespondierenden Prüfungsabschlüssen ab. Das Grundstudium wird wie bisher nach drei Semestern mit der Diplom-Vorprüfung abgeschlossen. Nach einem anschließenden dreisemestrigen Grundfachstudium und Ablegen des ersten Abschnitts der Diplomprüfung besteht die Möglichkeit eines ersten Berufseinstiegs mit Nachweis einer akademischen Ausbildung und Prüfung. Das Studienergebnis bestätigt die Befähigung, die allgemeinen fachlichen und methodischen Grundlagenkenntnisse des Faches Bau-

ingenieurwesen anzuwenden und entspricht daher dem Ausbildungsstand von Studiengängen mit Abschluß eines Bachelor of Science im Bauingenieurwesen. Natürlich ermöglicht dieser Abschluß nach einem ersten Berufseinstieg auch ein weiterbildendes paralleles Teilzeit-, Fern- oder Aufbaustudium in der Wirtschaft. Insbesondere dient er aber als klare Schnittstelle zum Wechsel zu verschiedenen, sich neu entwickelnden Master-Studiengängen im In- und Ausland und bietet gleichzeitig den Einstieg für Studierende mit Bachelor of Science-Abschlüssen anderer Universitäten. Der vollständige Diplomstudiengang wird schließlich, wie bisher, nach einem dreisemestrigen Vertiefungsstudium und dem Ablegen des zweiten Abschnitts der Diplomprüfung mit der Erlangung des Grades „Dipl.-Ing.“, entsprechend dem Master of Science, abgeschlossen.

Die neue Studienstruktur schafft nicht nur transparente Studienschwerpunkte mit klar definierten Schnittstel-

len und Prüfungsabschnitten, sie führt auch zu größtmöglicher Flexibilität der Studieninhalte. So kann durch Wahlmöglichkeiten im Umfang von 20 % des Gesamtstudieninhalts auf Veränderungen des Berufsbildes des Bauingenieurwesens reagiert werden. Zur bedarfsgerechten Ausbildung für neuartige zukünftige Berufsfelder wird diese Wahlmöglichkeit ab Wintersemester 2001/2002 in vier neuen interdisziplinären Studienschwerpunkten koordiniert.

Weitere Informationen:
Prof. Dr.-Ing. habil. Udo Wittek,
Sprecher des Studiengangs
Bauingenieurwesens im Fachbereich
Architektur, Raum- und Umwelt-
planung, Bauingenieurwesen
E-mail: wittek@rhrk.uni-kl.de
Tel.: 06 31/2 05 29 31
Dipl.-Ing. Peter Weisenstein,
Geschäftsführer des Studiengangs
Bauingenieurwesen
E-mail: Peter.Weisenstein@gmx.de
Tel.: 06 31/2 05 30 30