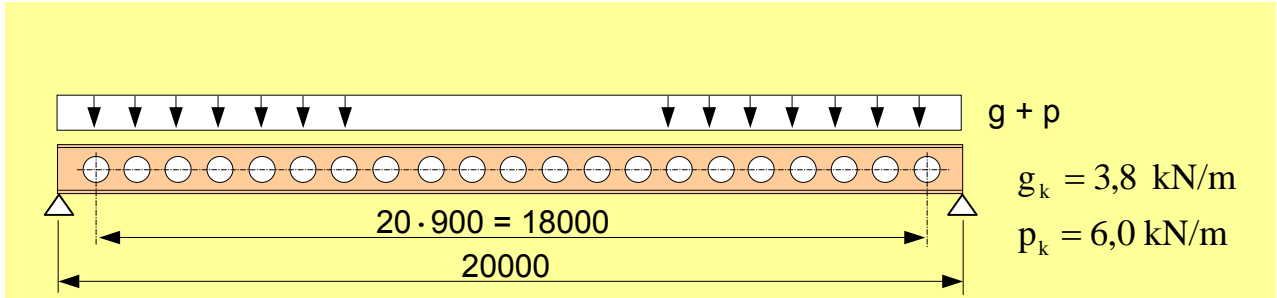


Bemessung eines Cellform-Trägers

Prof. Dr.-Ing. M. Stracke

1. Statisches System und Lasten



Baustahl: S 235  
 Profil: HEB 700

Bemessungsschnittgrößen:

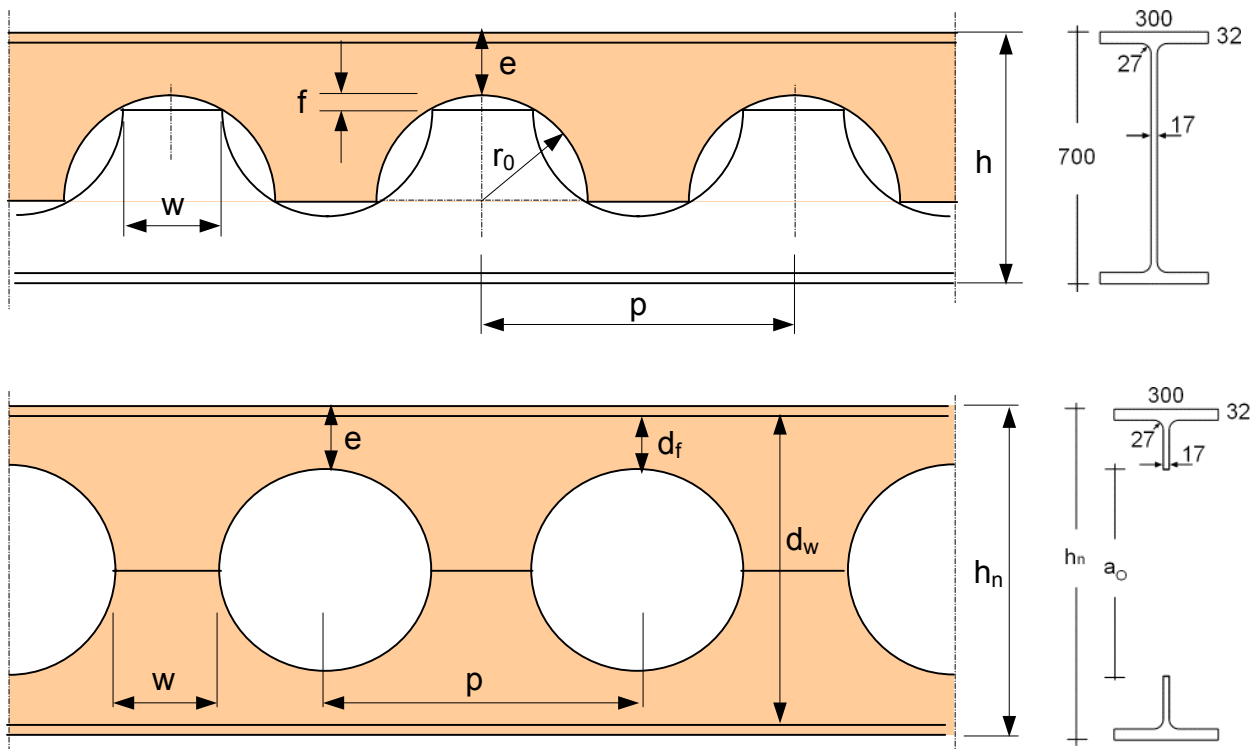
$$q_{sd} = 1,35 \cdot 3,8 + 1,50 \cdot 6,0 = 14,1 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd} = \frac{14,1 \cdot 20,0^2}{8} = 705 \text{ kNm}$$

$$V_{sd} = \frac{14,1 \cdot 20,0}{2} = 141 \text{ kN}$$



2. Abmessungen (Geometrie)



Gewählt:  $w = 300 \text{ mm}$ ,  $r_0 = 300 \text{ mm}$

$$p = w + 2 \cdot r_0$$

$$f = r_0 - \sqrt{r_0^2 - (w/2)^2}$$

$$a_0 = 2 \cdot r_0$$

$$e = (h - r_0 - f) / 2$$

$$h_n = 2 \cdot (r_0 + e)$$

$$d_w = h_n - 2 \cdot t_f$$

$$d_1 = e - t_f$$

$$p = 300 + 2 \cdot 300 = 900 \text{ mm}$$

$$f = 300 - \sqrt{300^2 - (300/2)^2} = 40 \text{ mm}$$

$$a_0 = 2 \cdot 300 = 600 \text{ mm}$$

$$e = (700 - 300 - 40) / 2 = 180 \text{ mm}$$

$$h_n = 2(300 + 180) = 960 \text{ mm}$$

$$d_w = 960 - 2 \cdot 32 = 896 \text{ mm}$$

$$d_1 = 180 - 32 = 148 \text{ mm}$$

Die Abmessungen müssen die folgenden Grenzwerte einhalten:

$$a_0 \leq 0,80 \cdot d_w$$

$$d_1 \geq 0,10 \cdot d_w$$

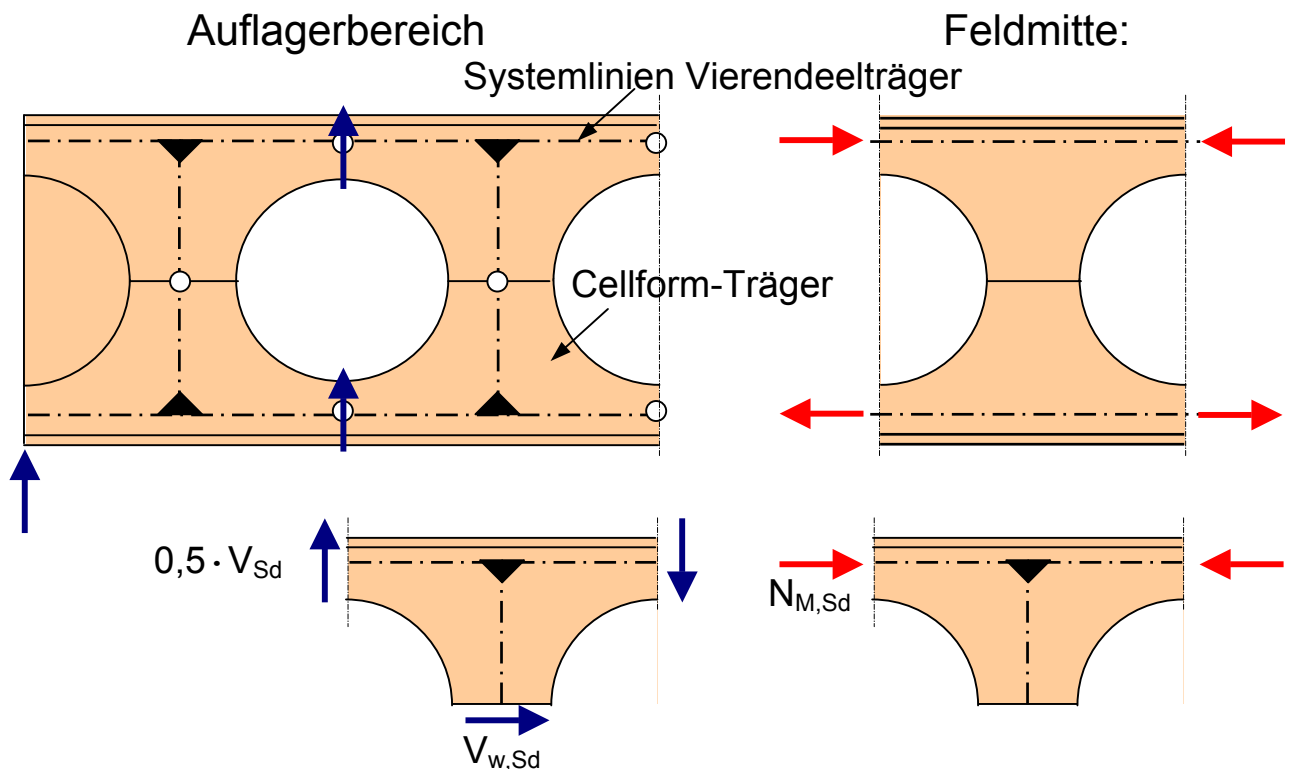
$$0,25 \cdot a_0 \leq w \leq 0,50 \cdot a_0$$

$$600 \leq 0,80 \cdot 896 = 695 \text{ mm}$$

$$148 \geq 0,10 \cdot 896 = 90 \text{ mm}$$

$$0,25 \cdot 600 = 150 \leq 300 \leq 0,50 \cdot 600 = 300 \text{ mm}$$

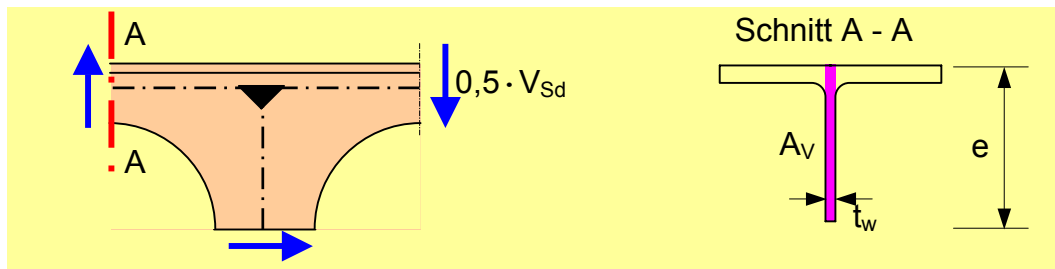
## Berechnungsmodell



### 3. Tragsicherheitsnachweise

#### 3.1 Nachweise im Bereich des Auflagers

##### 3.1.1 Nachweise im Schnitt A - A



Der kritische Querschnitt befindet sich an der ersten Öffnung. Aus Symmetriegründen wird die Querkraft auf die beiden Schubflächen gleichmäßig verteilt.

Hier sind:  $V_{Sd} \approx 141\text{kN}$  und  $M_{Sd} \approx 0$ .

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_V \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad \left| \quad V_{pl,Rd} = \frac{30,6 \cdot 23,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 415,2\text{ kN} \right.$$

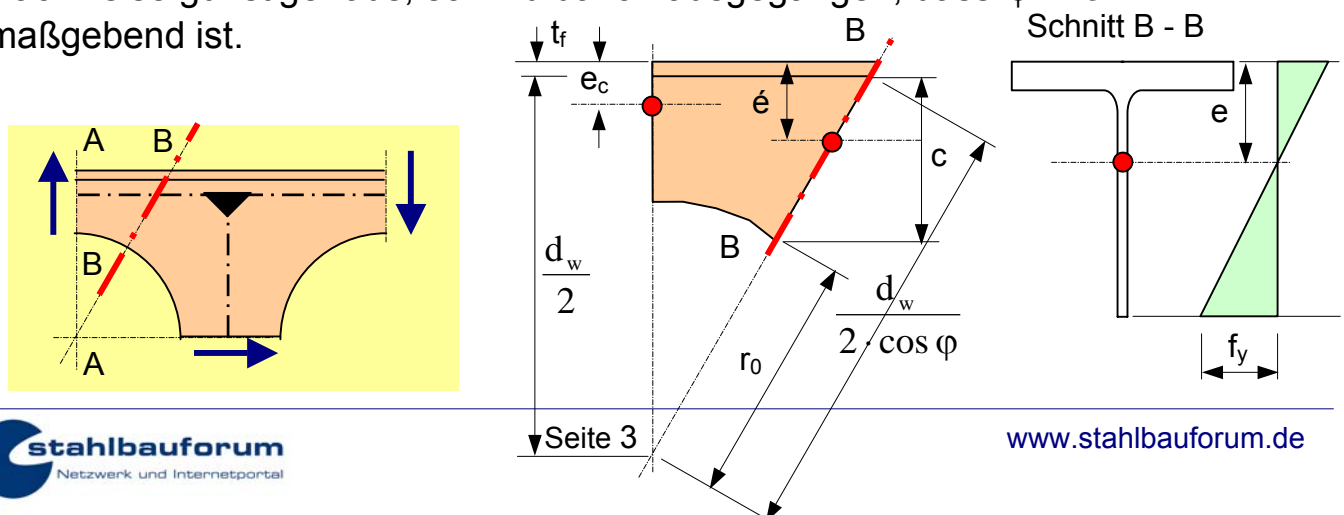
$$(A_V = e \cdot t_w) \quad \left| \quad (A_V = 18,0 \cdot 1,7 = 30,6\text{ cm}^2) \right.$$

#### Nachweis:

$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} \quad \left| \quad V_{Sd} = 141/2 = 70,5\text{ kN} < 415,2\text{ kN} = V_{pl,Rd} \right.$$

##### 3.1.2 Nachweise im Schnitt B - B

Zunächst wird der Schnitt B - B im Winkel  $\varphi = 25^\circ$  untersucht, der Nachweis für die umliegenden Winkel  $\varphi = 20^\circ$  und  $\varphi = 30^\circ$  wird ebenfalls geführt. Fallen die Nachweise günstiger aus, so wird davon ausgegangen, dass  $\varphi = 25^\circ$  maßgebend ist.



**Flächenwerte im Schnitt B - B**  $\varphi = 25^\circ$ Querschnittsfläche  $A_{\varphi=25^\circ}$ :

$$A_{\varphi} = \frac{b \cdot t_f}{\cos \varphi} + \left( \frac{d_w}{2 \cos \varphi} - r_0 \right) \cdot t_w \quad \left| \quad A_{25} = \frac{30 \cdot 3,2}{0,906} + \left( \frac{89,6}{2 \cdot 0,906} - 30 \right) \cdot 1,7 = 139,0 \text{ cm}^2$$

Schwerpunktlage  $e$  des Querschnittes:

$$e' = \frac{b \cdot t_f^2 + 0,5 \cdot c \cdot t_w \cdot (c + 2 \cdot t_f)}{2 \cdot (b \cdot t_f + c \cdot t_w)} \quad \left| \quad e' = \frac{30 \cdot 3,2^2 + 0,5 \cdot 17,62 \cdot 1,7 \cdot (17,62 + 2 \cdot 3,2)}{2 \cdot (30 \cdot 3,2 + 17,62 \cdot 1,7)} = 4,08 \text{ cm}$$

$$(c = \frac{1}{2} d_w - r_0 \cos \varphi) \quad (c = \frac{1}{2} \cdot 89,6 - 30 \cdot 0,906 = 17,62)$$

$$e = e' / \cos \varphi \quad e = 4,08 / 0,906 = 4,50 \text{ cm}$$

Trägheitsmoment  $I_{\varphi=25^\circ}$ :

$$I_{\varphi} = \frac{1}{12} b \cdot t_f^3 + b \cdot t_f \cdot \left( e - \frac{t_f'}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} t_w (d_w')^3 + (d_w') \cdot t_w \cdot \left( \frac{1}{2} d_w' + t_f' - e \right)^2 \quad \left| \quad I_{25} = \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 3,53^3 + 30 \cdot 3,53 \cdot \left( 4,50 - \frac{3,53}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} \cdot 1,7 \cdot 19,45^3 + 19,45 \cdot 1,7 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 19,45 + 3,53 - 4,50 \right)^2 = 4479 \text{ cm}^4$$

hierbei:

$$t_f' = t_f / \cos \varphi$$

$$d_w' = d_w / 2 \cos \varphi - r_0$$

mit:

$$t_f' = 3,2 / 0,906 = 3,53 \text{ cm}$$

$$d_w' = 89,6 / 2 \cdot 0,906 - 30 = 19,45 \text{ cm}$$

Elastisches Widerstandsmoment  $W_{\varphi=25^\circ, \text{el}}$ :

$$W_{\varphi, \text{el}} = \frac{I_{\varphi}}{d_w' + t_f' - e} \quad \left| \quad W_{25, \text{el}} = \frac{4479}{19,45 + 3,53 - 4,5} = 242 \text{ cm}^3$$

**Tragfähigkeiten im Schnitt B - B**  $\varphi = 25^\circ$ Elastisches Grenzmoment  $M_{\varphi=25^\circ, \text{el}, \text{d}}$  (sichere Seite):

$$M_{\varphi, \text{el}, \text{d}} = \frac{W_{\text{el}} \cdot f_y}{\gamma_{M,0}} \quad \left| \quad M_{25, \text{el}, \text{d}} = \frac{242 \cdot 23,5}{1,0 \cdot 100} = 56,9 \text{ kNm}$$

Schubfläche  $A_v$  :

$$A_v = \left( \frac{h_n}{2 \cdot \cos \varphi} - r_0 \right) \cdot t_w \quad \left| \quad A_v = \left( \frac{96}{2 \cdot 0,906} - 30 \right) \cdot 1,7 = 39,1 \text{ cm}^2$$

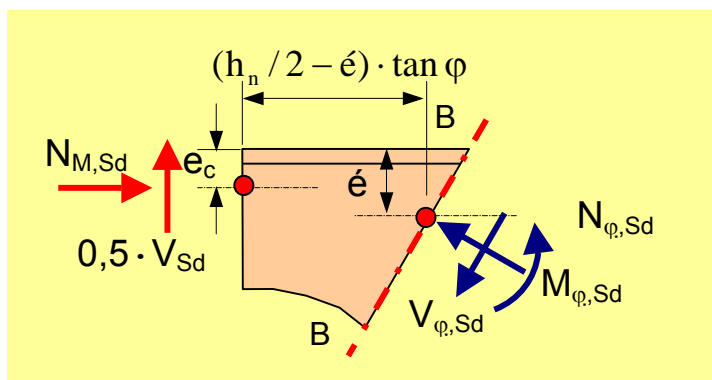
Grenzquerkraft  $V_{pl,Rd}$  :

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M,0}} \quad \left| \quad V_{pl,Rd} = \frac{39,1 \cdot 23,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 530,5 \text{ kN}$$

Grenznormalkraft  $N_{\varphi,Rd}$  :

$$N_{\varphi,Rd} = \frac{A_\varphi \cdot f_y}{\gamma_{M,0}} \quad \left| \quad N_{\varphi,Rd} = \frac{139 \cdot 23,5}{1,0} = 3266,5 \text{ kN}$$

**Schnittgrößen im Schnitt B - B**  $\varphi = 25^\circ$



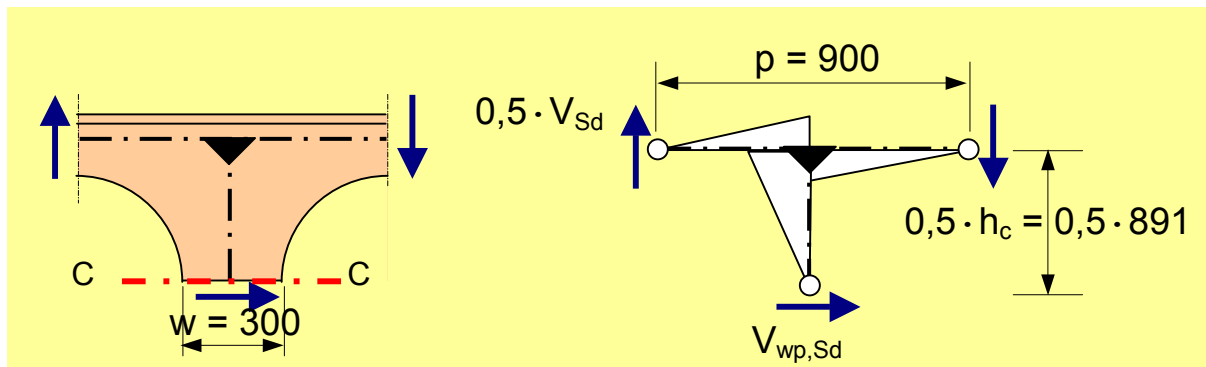
Hier sind:  $V_{Sd} \approx 141 \text{ kN}$ ,  $M_{Sd} \approx 0$ ,  $N_{M,Sd} \approx 0$

$$\begin{aligned} V_{\varphi,Sd} &= 0,5 \cdot V_{Sd} \cdot \cos \varphi + N_{M,Sd} \cdot \sin \varphi & \left| \quad V_{\varphi,Sd} &= 0,5 \cdot 141 \cdot \cos 25 = 63,9 \text{ kN} \\ N_{\varphi,Sd} &= N_{M,Sd} \cdot \cos \varphi - 0,5 \cdot V_{Sd} \cdot \sin \varphi & \left| \quad N_{\varphi,Sd} &= -0,5 \cdot 141 \cdot \sin 25 = -29,8 \text{ kN} \\ M_{\varphi,Sd} &= N_{M,Sd} (e' - e_c) + & \left| \quad M_{\varphi,Sd} &= 0,5 \cdot 141 \cdot \left( \frac{96,0}{2} - 4,08 \right) \tan 25 = 1444 \right. \\ & 0,5 \cdot V_{Sd} \left( \frac{h_n}{2} - e' \right) \tan \varphi & & \end{aligned}$$

**Nachweis:**

$$\begin{aligned} V_{\varphi,Sd} &\leq V_{pl,Rd} & \left| \quad V_{\varphi,Sd} &= 63,9 \text{ kN} < 0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 265,3 \text{ kN} \\ \frac{N_{\varphi,Sd}}{N_{\varphi,Rd}} + \frac{M_{\varphi,Sd}}{M_{\varphi,Rd}} &\leq 1 & \left| \quad \frac{29,8}{3266,5} + \frac{1444}{5690} &= 0,26 < 1 \right. \end{aligned}$$

## 3.1.4 Nachweise im Schnitt C – C



$$V_{wp,Sd} = 2 \cdot V_{T,Sd} \frac{p}{h_c}$$

$$V_{wp,pl,Rd} = \frac{w \cdot t_w \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

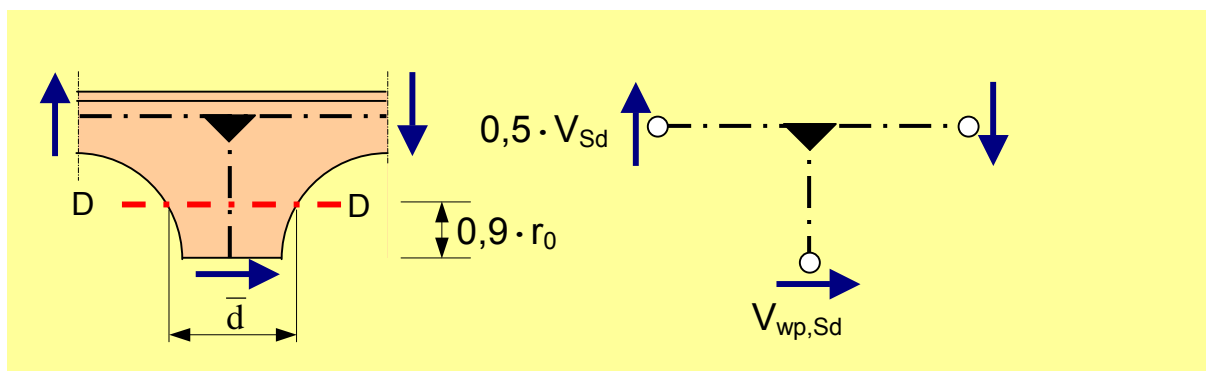
$$V_{wp,Sd} = 2 \cdot 70,5 \cdot \frac{90,0}{89,1} = 142,4 \text{ kN}$$

$$V_{wp,pl,Rd} = \frac{30 \cdot 1,7 \cdot 23,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 692 \text{ kN}$$

**Nachweis:**

$$V_{wp,Sd} \leq V_{wp,pl,Rd} \quad \left| \quad V_{wp,Sd} = 142,4 \text{ kN} \leq 692 \text{ kN} = V_{wp,pl,Rd} \right.$$

## 3.1.5 Nachweise im Schnitt D - D



Nachweis auf Fließen oder Knicken

Abstand  $\bar{d}$ :

$$\bar{d} = 1,128 \cdot r_0 + (p - h_0) \quad \left| \quad \bar{d} = 1,128 \cdot 300 + (900 - 600) = 638 \text{ mm} \right.$$

Der kritische Querschnitt im vollen Stegbereich befindet sich im Abstand von  $0,9 \cdot r_0$  über dem Mittelpunkt der Öffnung. In dieser Höhe wird der Abstand der

beiden Öffnungen als  $\bar{a}$  bestimmt und daraus das elastische Widerstandsmoment ermittelt.

Elastische Grenzmoment an dieser Stelle:

$$M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \left| \quad M_{el,Rd} = \frac{1,7 \cdot 63,8^2 \cdot 23,5}{6 \cdot 100 \cdot 1,0} = 271,0 \text{ kNm}$$

Für das maximal erlaubte Moment im Stegbereich gilt:

$$a = \frac{p}{2 \cdot r_0} \leq 1,5 \quad \left| \quad a = \frac{900}{600} = 1,5$$

$$\beta = \frac{2 \cdot r_0}{t_w} \quad \left| \quad \beta = \frac{600}{1,7} = 35,3$$

$$C_1 = 5,097 + 0,1464\beta - 0,00174\beta^2 \quad \left| \quad C_1 = 5,097 + 0,1464 \cdot 35,3 - 0,00174 \cdot 35,3^2 = 8,099$$

$$C_2 = 1,441 + 0,0625\beta - 0,000683\beta^2 \quad \left| \quad C_2 = 1,441 + 0,0625 \cdot 35,3 - 0,000683 \cdot 35,3^2 = 2,796$$

$$C_3 = 3,645 + 0,0853\beta - 0,00108\beta^2 \quad \left| \quad C_3 = 3,645 + 0,0853 \cdot 35,3 - 0,00108 \cdot 35,3^2 = 5,310$$

$$M_{Rd} = (C_1 \cdot a - C_2 \cdot a^2 - C_3) \cdot M_{el,Rd} \quad \left| \quad M_{Rd} = (8,099 \cdot 1,5 - 2,796 \cdot 1,5^2 - 5,310) \cdot 271,0 = 148,5 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment am kritischen Querschnitt:

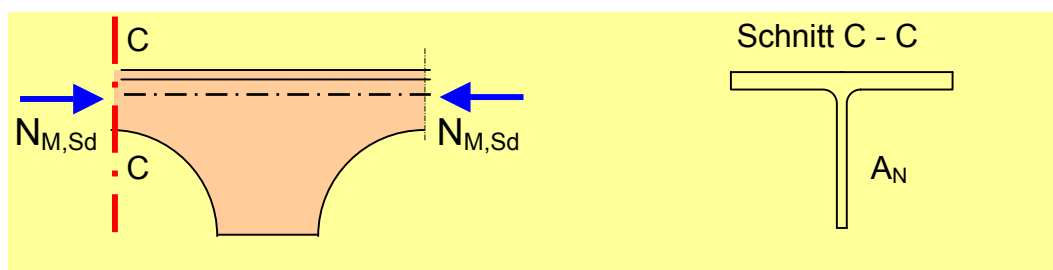
$$M_{wp,Sd} = 0,9 \cdot r_0 \cdot V_{wp,Sd} \quad \left| \quad M_{wp,Sd} = 0,9 \cdot 0,30 \cdot 142,4 = 38,4 \text{ kNm}$$

**Nachweis:**

$$M_{wp,Sd} \leq M_{Rd} \quad \left| \quad M_{wp,Sd} = 38,4 \text{ kNm} < 148,5 \text{ kNm} = M_{Rd}$$

## 3.2 Nachweise im Bereich der Feldmitte

### 3.2.1 Nachweise im Schnitt C-C



Der kritische Querschnitt liegt in Feldmitte.

Hier sind  $M_{Sd} = 705 \text{ kNm}$  und  $V_{Sd} = 0$ .

Fläche des T Querschnittes:

$$A_m = b \cdot t_f + d_1 \cdot t_w \quad \left| \quad A_m = 30 \cdot 3,2 + 14,8 \cdot 1,7 = 121,2 \text{ cm}^2$$

Abstand der Randfaser  $e_c$  zum Schwerpunkt:

$$e_c = \frac{b \cdot t_f^2 / 2 + d_1 \cdot t_w \cdot (t_f + d_1 / 2)}{A_m} \quad \left| \quad e_c = \frac{30 \cdot 3,2^2 / 2 + 14,8 \cdot 1,7 \cdot (3,2 + 14,8 / 2)}{121,2} = 3,47 \text{ cm}$$

Schwerpunkt Abstand der beiden T eines Querschnittes:

$$h_c = h_n - 2 \cdot e_c \quad \left| \quad h_c = 96 - 2 \cdot 3,47 = 89,1 \text{ cm}$$

Normalkraft am T-Querschnitt:

$$N_{M,Sd} = \frac{M_{Sd}}{h_c} \quad \left| \quad N_{M,Sd} = \frac{705}{0,891} = 791,2 \text{ kN}$$

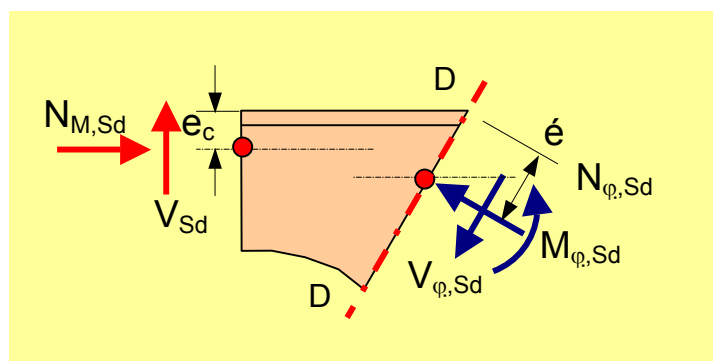
Plastische Grenznormalkraft des T-Querschnittes:

$$N_{Rd} = \frac{A_m \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \left| \quad N_{Rd} = \frac{121,2 \cdot 23,5}{1,0} = 2848 \text{ kN}$$

**Nachweis:**

$$N_{M,Sd} \leq N_{Rd} \quad \left| \quad N_{M,Sd} = 791,2 \text{ kN} < 2848 \text{ kN} = N_{Rd}$$

### 3.2.3 Nachweise im Schnitt D - D



$$V_{Sd} \approx 0, M_{Sd} \approx 655 \text{ kN}, N_{M,Sd} \approx 735 \text{ kN}$$

Weitere Angaben siehe Schnitt B – B.

Schnittgrößen für  $\varphi = 25^\circ$ :

$$V_{\varphi,Sd} = 0,5 \cdot V_{Sd} \cdot \cos \varphi + N_{M,Sd} \cdot \sin \varphi$$

$$N_{\varphi,Sd} = N_{M,Sd} \cdot \cos \varphi - 0,5 \cdot V_{Sd} \cdot \sin \varphi$$

$$M_{\varphi,Sd} = N_{M,Sd} (e' - e_c) + 0,5 \cdot V_{Sd} \left( \frac{h_n}{2} - e' \right) \tan \varphi$$

$$V_{\varphi,Sd} = 791,2 \cdot \sin 25 = 334,4 \text{ kN}$$

$$N_{\varphi,Sd} = 791,2 \cdot \cos 25 = 717,0 \text{ kN}$$

$$M_{\varphi,Sd} = 791,2 \cdot (4,08 - 3,47) = 482,6 \text{ kNcm}$$

### Nachweis:

$$V_{\varphi,Sd} \leq V_{pl,Rd}$$

$$\frac{N_{\varphi,Sd}}{N_{\varphi,Rd}} + \frac{M_{\varphi,Sd}}{M_{\varphi,Rd}} \leq 1$$

wenn  $V_{\varphi,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$  : Interaktion

$$\rho = \left( 2 \cdot \frac{V_{\varphi,Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

$$f'_y = (1 - \rho) \cdot f_y$$

$$V_{\varphi,Sd} = 334,4 \text{ kN} < 482,3 \text{ kN} = V_{pl,Rd}$$

$$V_{\varphi,Sd} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd} : \text{Interaktion}$$

$$\rho = \left( 2 \cdot \frac{334,4}{530,5} - 1 \right)^2 = 0,068$$

$$f'_y = (1 - 0,068) \cdot 23,5 = 21,9 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_{\varphi,Rd} = \frac{242 \cdot 21,9}{1,0} = 5300 \text{ kNcm}$$

$$\frac{717,0}{3266,5} + \frac{482,6}{5300} = 0,31 < 1$$

Flächenwerte und Tragfähigkeiten siehe Schnitt B – B!

## 4. Gebrauchstauglichkeitsnachweise

Die Bestimmung der Durchbiegung ist für Handrechnungen sehr aufwendig. Die Erfahrung zeigt, dass die durch die Querkraft hervorgerufene Durchbiegung in etwa 5 - 10% der Biegung (Normalkraft) ausmacht. Als Näherung wird die Durchbiegung daher wie folgt bestimmt:

Durchbiegung infolge der Biegung (Normalkraft) der ständige Lasten:

$$\delta_g = \frac{5 \cdot g \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$\delta_g = \frac{5 \cdot 3,8 \cdot 20^4}{384 \cdot 210000 \cdot 492217 \cdot 10^{-5}} = 7,7 \text{ mm}$$

Die Durchbiegung infolge der Querkraft wird mit 10% angenommen:

$$\delta_v = (1 + 0,1) \cdot \delta_g$$

$$\delta_D = 1,1 \cdot 7,7 = 8,5 \text{ mm}$$

Durchbiegung infolge der Verkehrslast ergibt sich entsprechend:

$$\delta_p = \delta_g \cdot p / g \quad \left| \quad \delta_p = 7,7 \cdot 6,0 / 3,8 = 12,2 \text{ mm} \right.$$

### Genauere Bestimmung der Durchbiegung

Der Vollständigkeit wegen werden nachfolgend die Berechnungsformeln der einzelnen Durchbiegungsanteile angegeben:

Verformung durch Vierendeel Biegung in den T-Querschnitten:

$$y_1 = \frac{0,091(h_o/2)^3}{3EI_{y,\text{sup}}} V_{\text{sup,Sd}} \bar{V}_{\text{sup,Sd}} + \frac{0,091(h_o/2)^3}{3EI_{y,\text{inf}}} V_{\text{inf,Sd}} \bar{V}_{\text{sup,Sd}}$$

Verformung durch Vierendeel Biegung im Stegbereich:

$$y_2 = \frac{13,145}{Et_{\min}} \left[ \log_e \left( \frac{p - 0,9(h_o/2)}{p - 2,0(h_o/2)} \right) + 2 \left( \frac{p - 2,0(h_o/2)}{p - 0,9(h_o/2)} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{p - 2,0(h_o/2)}{p - 0,9(h_o/2)} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] V_{\text{wp,Sd}} \bar{V}_{\text{wp,Sd}}$$

Verformung durch Normalkraft in den T-Querschnitten:

$$y_3 = \frac{2p}{EA_{\text{sup}}} N_{\text{sup,Sd}} \bar{N}_{\text{sup,Sd}} + \frac{2p}{EA_{\text{inf}}} N_{\text{inf,Sd}} \bar{N}_{\text{sup,Sd}}$$

Verformung durch Querkraft in den T-Querschnitten:

$$y_4 = \frac{0,45(h_o/2)}{GA_{\text{sup,tw}}} V_{\text{sup,Sd}} \bar{V}_{\text{sup,Sd}} + \frac{0,45(h_o/2)}{GA_{\text{inf,tw}}} V_{\text{inf,Sd}} \bar{V}_{\text{sup,Sd}}$$

Verformung durch Querkraft im Stegbereich:

$$y_5 = \frac{1,636}{Gt_{\min}} \frac{p}{h_o} \log_e \left( \frac{p - 0,9(h_o/2)}{p - 2,0(h_o/2)} \right) V_{\text{wp,Sd}} \bar{V}_{\text{wp,Sd}}$$